

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI ELM VƏ TƏHSİL NAZİRLİYİ  
NAXÇIVAN DÖVLƏT UNİVERSİTETİ



***FİZİKA, ASTRONOMİYA  
VƏ RİYAZİYYATIN  
AKTUAL PROBLEMLƏRİ***

**MÖVZUSUNDA RESPUBLİKA  
ELMİ KONFRANSININ  
MATERİALLARI**

---

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI ELM VƏ TƏHSİL NAZİRLİYİ  
NAXÇIVAN DÖVLƏT UNIVERSİTETİ

**“FİZİKA, ASTRONOMİYA VƏ  
RİYAZİYYATIN AKTUAL  
PROBLEMLƏRİ”**

*MÖVZUSUNDA RESPUBLİKA  
ELMİ KONFRANSININ  
MATERİALLARI*

NAXÇIVAN-2022

**“FİZİKA, ASTRONOMİYA VƏ RİYAZİYYATIN AKTUAL PROBLEMLƏRİ”  
MÖVZUSUNDA RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSI**

---

*Naxçıvan Dövlət Universitetinin  
Elmi Şurasının 21 noyabr 2022-ci il tarixli  
4 sayılı qərarı ilə nəşr edilib.*

**KONFRANSIN TƏŞKİLAT KOMİTƏSİ**

**Elbrus İsayev** *Naxçıvan Dövlət Universitetinin rektoru,  
tarix üzrə fəlsəfə doktoru, dosent – sədr*

**Üzvlər:**

<b>Qulu Həziyev</b>	<i>fizika-riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Xanəli Həsənov</b>	<i>fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Nailə Qardaşbəyova</b>	<i>fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Aygün Sultanova</b>	<i>fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Billurə Hacıyeva</b>	<i>fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Nuridə Əkbərova</b>	<i>fizika üzrə fəlsəfə doktoru</i>
<b>Orxan Cəfərov</b>	<i>pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Abdulla Həsənov</b>	<i>riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Rövşən Həsənov</b>	<i>riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>
<b>Əbülfəz Məmmədov</b>	<i>riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent</i>

**BURAXILIŞA MƏSUL:** **Rza Məmmədov**  
*“Elm və innovasiyalar” bölməsinin müdiri,  
iqtisad üzrə fəlsəfə doktoru*

**REDAKTOR:** **Əli Həşimov**  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti “Qeyrət” nəşriyyatının  
direktoru, filologiya üzrə fəlsəfə doktoru, dosent*

*Naxçıvan Dövlət Universiteti. “Fizika, astronomiya və riyaziyyatın müasir problemləri”  
mövzusunda respublika elmi konfransının materialları,  
Naxçıvan, “Qeyrət” nəşriyyatı, 2022, 140 səh.*

## I BÖLMƏ. FİZİKANIN AKTUAL PROBLEMLƏRİ

AYDIN ƏLƏKBƏROV

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

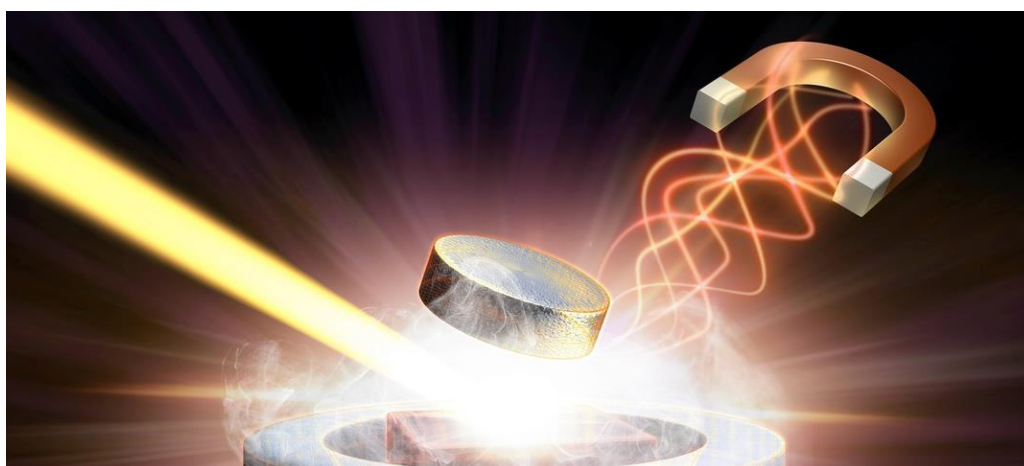
### FİZİKANIN MÜASİR PROBLEMLƏRİ

Təbiətşünaslığın, o cümlədən fizikanın sistemli inkişafı XV əsrdən təşəkkül tapmağa başlayan Avropa intibahı ilə bağlıdır. İstehsal üsulunun–məhsuldar qüvvələrin və istehsal münasibətlərinin inkişafı yeni ictimai-iqtisadi formasiya olan kapitalizmin meydana gəlib inkişaf etməsi ilə nəticələndi. Bu inkişaf ilk növbədə özünü sənaye inqilablarında göstərdi.

Kapitalizmə qədər dünya müharibələri yalnız strateji ticarət yollarını ələ keçirmək üzərində aparılırdısa, indi bunun üzərinə enerji mənbələri ilə zəngin olan ərazilərin işğalı da əlavə olundu. Bu gün bəşəriyyətin üstünü almış ekoloji böhran elmin, o cümlədən fizikanın inkişafının yeni istiqamətini tələb edir. Bu tələb ekoloji cəhətdən təhlükəsiz, iqtisadi cəhətdən səmərəli enerji mənbələrinin axtarılıb tapılmasından ibarətdir.

1911-ci ildə Niderland fiziki Kammerlinq-Onnes məşhur Leyden laboratoriyasında ifrat təmiz maddələrin müqavimətinin temperaturdan asılılığı tədqiq edərkən yüksək təmizliyə malik civədə 4,2 K temperaturda müqavimətin sıfıra qədər azal-masını qeydə almaqla ifratkeçiriciliyi kəşf etdi. İfratkeçirici naqıl ətrafında yaranan güclü maqnit sahəsi isə öz növbəsində maqnit tələlərin yaranmasını mümkün edir. Ancaq aşağı temperaturların alınması böyük məsrəf tələb etdiyindən bu məsələ iqtisadi cəhətdən səməri olmadı.

Yalnız 1986-cı ildə bir qrup Çin və ABŞ alimlərinin keramik tərkibli maddələrdə yuxarı temperaturdada ( $T > 77K$ ) ifratkeçiriciyi qeydə almaları böyük sessasiyaya səbəb oldu. Təəssüflər olsun ki, həmin maddələrdə ifratkeçiricilik stabil və uzunmüddətli olmadı. Həmin problemin həlli istiqamətində bu gün də intensiv tədqiqatlar aparılmaqdadır (Şəkil 1).

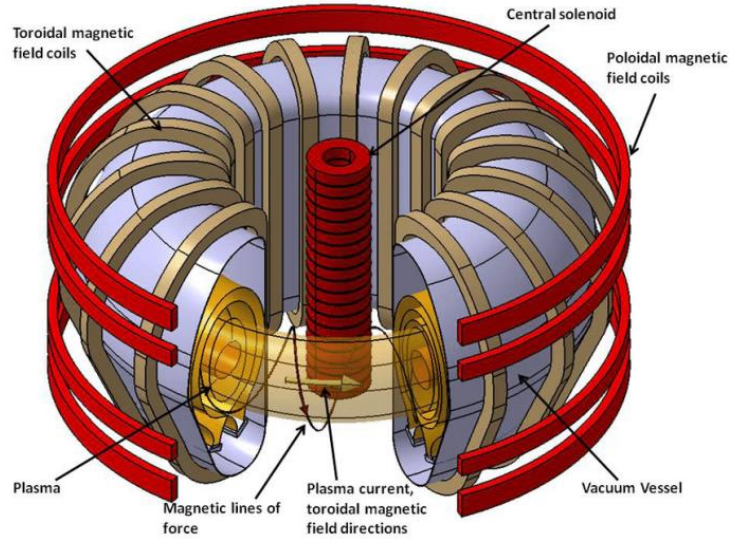


Şəkil 1.

1954-cü ildə, keçmiş SSRİ-də ilk atom elektrik stansiyasının (AES) qurulması belə təsəvvür yaratdı ki, enerji problemi öz həllini bu yolla həll ediləcək. Lakin yaranan ekoloji problem–nüvə tullantıları, təbiətdəki kataklizmlərlə bağlı yarana biləcək təhlükə problemin həll olmadığını göstərdi.

1953-cü ildə akademik A.D.Saxarovun başçılığı ilə keçmiş SSRİ-də ilk termonüvə reaksiyasının–hidrogen bombasının nümayişi ayrılan enerjinin nüvə parçalanma reaksiyalarından ayrılan enerjiden on dəflərlə çox olduğunu sübut etdi. Üstəlik yüngül nüvələrin (H və He) sintezi ilə

gedən bu reaksiyalar ekoloji təmizliyi ilə seçilir. Lakin belə reaksiyaları aparmaq üçün müvafiq nüvə reaktoru tələb olunur. Keçən əsrin 70-ci illərində akademik L.A.Artsimoviçin başçılıq etdiyi alimlər qrupunun yaratdığı “Tokomak-9” və “Tokomak-10” (Şəkil 2) qurğuları bu sahədə yaranmış ümidləri bir qədər artırdı. Lakin mövcud tələblərə cavab verəcək nüvə reaktorunu–maqnit tələlərini yaratmaq problem olaraq qalmaqdadır.



**Şəkil 2.**

Keçən əsrin 90-cı illərinə kimi dünya sənaye nəhəngləri nisbətən kiçik coğrafiyada–Yaponiya, SSRİ, Avropa və ABŞ-ı əhatə edirdi. Bu gün həmin ərazilərə Çin, Hindistan, Cənub-şərqi Asiya, Avstraliya, Cənubu Afrika, Braziliya və s. ölkələri əlavə etməli oluruq. Nəticədə atmosferə emissiya olunan karbon kütləsinin yüz dəfələrlə artması ekoloji problemin–qlobal istiləşmənin yaranması ilə nəticələndi. Bir çox Qreen Pease təşkilatlarının hesablamalarına görə yaxın bir neçə il müddətində, dəyəri bir neçə trilyon dollar olan təxirəsalınmaz kontur tədbirlər görülməsə, bəşəriyyəti ciddi ekoloji böhran gözləyir.

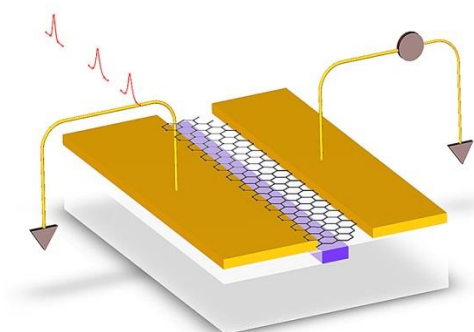
Bu istiqamətdə atılmalı ilk addım ekoloji cəhətdən təmiz enerji istehsal edən Günəş çeviricilərinin kütləvi şəkildə istehsalını təşkil etməkdir. Təəssüflər olsun ki, həmin enerjini istehsal edən Si əsaslı Günəş elementlərinin faydalı ii əmsalı (F.İ.Ə.) 22÷24% təşkil edir, halbuki həmin göstəricini ~90% etmək olar. Müasir fizika və elektron sənayesi qarşısında duran mühüm problem bu göstəricini qaldırmaqdan ibarətdir. Məsələnin ilkin variantda həlli üçün Avropa İttifaqı (Aİ), Saxara səhrasında, ümumi dəyəri 155 milyard ABŞ dolları təşkil edən Günəş stansiyasının tikintisini planlaşdırır. Nəticədə Şimali Afrika ölkələri 100%, Aİ ölkələri ~45% ekoloji təmiz enerji ilə təmin oluna bilər.

Elektrik enerjisi ilə bağlı digər problem istensal olunmuş enerjinin akkumulyasiyası ilə bağlıdır. Hal-hazırda ABŞ, Çin, Yaponiya kimi inkişaf etmiş ölkələrdə külli miqdarda elektrik enerjisini saxlaya biləcək superkondensatorların hazırlanması istiqamətində tədqiqatlar aparılır. ABŞ-ın Şimali Karolina Universitetinin bir qrup alimi (Kao-nun rəhbərliyi ilə) GeS birləşməsindən qərənfil çiçəyinə bənzər superkondensator (Şəkil 3) hazırlaya bildilər. Tərəfimizdən aparılan təcrübələr göstərmişdir ki, kiçik dozalı qamma şüalanması ilə həmin sistemin F.İ.Ə.-ni qaldırmaq mümkündür. Bu problem öz həllini taparsa, elektromobillərin kütləvi istehsalı təmin olunmaqla milyardlarla avtomobilin atmosferə karbon qazının emissiyasının qarşısı alınar.

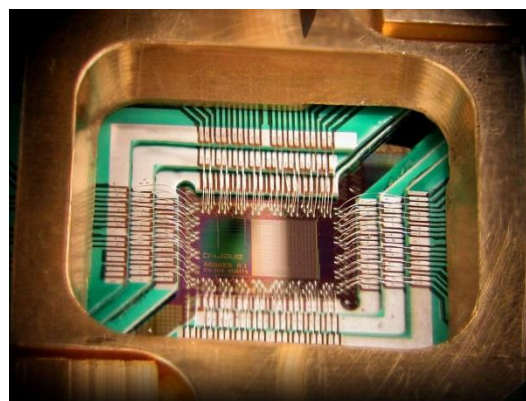


Şəkil 3.

1904-cü ildə Heym və Novoselyev tərəfindən qrafenin alınması elektronikanın inkişafında yeni eranın başlanğıcını qoydu. Müasir elektronikanın baza elementi olan silisiumla müqayisədə qrafen daha böyük elektrik və istilik keçiriciliyinə, həm də mexaniki cəhətdən davamlı olması ilə seçilir. Qrafen əsasında hazırlanmış sahə tranzistorlu (Şəkil 4) elektron cihazları–kompüterlər, müxtəlif təyinatlı rabitə vasitələri (Şəkil 5) əməliyyat sürətinə və yaddaş tutumuna görə sələflərini dəfələrlə qabaqlayır. Həmin elektron sistemlərinin gündəlik həyata gətirilməsi mövcud problemlərin həllini reallaşdırma bilər.



Şəkil 4.



Şəkil 5.

Artıq 50 ildən artıq bir müddətdir ki, fizika elmi qarşısında duran ən global problem vahid sahə nəzəriyyəsinin yaradılmasıdır. Bu məsələnin həlli kainatın necə yaranması və təkamülü ilə bağlı insanları düşündürən çoxsaylı suallara cavab verir, insanların digər planetlərdə həyatın olması sualına aydınlıq gətirir, həmin planetlərə köçməyi reallaşdırma bilər və s. Bütün bu məsələlərin həlli sürətli zərrəciklərin (məslən, protonların) toqquşmasından alınan zərrəcikləri tədqiq etməklə mümkündür. Bu mənada 2012-ci ilin iyulunda dünyanın ən böyük sürətləndiricisində–Böyük Adron Kollayderində (BAK) (Şəkil 6) Hiqqs bozonunun kəşfi sadalanan bu və digər mühüm suallara aydınlıq gətirəcək.



*Şəkil 6.*

Sadalanan problemlər miqyası göstərir ki, onların həlli ənənəvi qaydada bir alimin və ya laboratoriyanın deyil, alimlər qrupunun və külli miqdarda maliyyə vəsaitinin köməyi ilə mümkündür. Ona görə də fizika kimi fundamental elmlərin qoyduğu problemləri, həm də ümumbəşəri problemləri həll etmək üçün məhəlli və regional mühürübələri kənara qoyub onları həll etmək lazımdır. Yalnız bu yolla bəşər sivilizasiyasını ekoloji fəlakətdən qurtarmaq mümkündür.

## **BİOLOJİ SİSTEMLƏRİN ELEKTRİK KEÇİRİCİLİYİ**

Orqanizmi tədqiq edərkən daha dəqiq məlumat almaq üçün düzgün metodlardan istifadə etmək lazımdır ki, tədqiqat prosesində orqanizmin strukturu pozulmasın. Yəni tədqiqat zamanı istifadə edilən metod və ya üsul orqanizmin daxilində gedən biofiziki, fiziki-kimyəvi proseslərdə heç bir dəyişikliyə səbəb olmasın. Məhz bu prinsipi ödəyən və tibbi-bioloji tədqiqatlarda geniş tətbiq sferasına sahib elektrik keçiriciliyinin (müqavimətin) ölçülmə metodudur. Bu metodun üstün cəhəti ondan ibarətdir ki, istifadə olunan zondlayıcı cərəyan bioobyekt daxilində baş verən fiziki-biofiziki proseslərdə heç bir dəyişiklik yaratmır və eyni zamanda tədqiqat obyektinin zədələnməsinə səbəb olmur.

XVIII-ci əsrin sonlarında məşhur alimlər Galvani və Volta heyvanlarda elektrik cərəyanını kəşf etdilər. Qurbağalar elm adamlarının kəşflərini təsdiqləmək üçün sınaqdan keçirdikləri ilk heyvanlar idi.

Suda-quruda yaşayanlarda elektrik cərəyanının hərəkətini öyrənmək üçün Galvaninin təcrübəsini götürək. Təcrübələrində o, onurğa sütununa bağlı qurbağanın arxa ayaqlarından istifadə edib. Bu preparatları eyvanın dəmir məhəccərindən mis qarmağa asaraq, qurbağanın əzalarını küləklə yırğalayanda məhəccərə hər toxunuşda əzələlərinin büzüldüyünü müşahidə etdi [2]. Buna əsaslanaraq Qalvani belə nəticəyə gəlib ki, ayaqların çevirməsi qurbağanın onurğa beynindən yaranan və metal keçiricilər (qarmaq və eyvan məhəccərləri) vasitəsilə ətrafların əzələlərinə ötürülən "heyvan elektrik cərəyanı" nəticəsində yaranıb. Fizik Aleksandr Volta Qalvaninin "heyvan elektriki" ilə bağlı bu mövqeyinə qarşı çıxdı. 1792-ci ildə Volta Galvaninin təcrübələrini təkrarladı və müəyyən etdi ki, bu hadisələr "heyvan elektriki" hesab edilə bilməz. Qalvaninin təcrübəsində cərəyan mənbəyi qurbağanın onurğa beyni deyil, bir-birinə bənzəməyən metallardan - mis və dəmirdən əmələ gələn dövrə idi. Volta haqlı idi. Galvaninin ilk təcrübəsi "heyvan elektrikinə" mövcudluğunu sübut etmədi, lakin bu tədqiqatlar alimlərin diqqətini canlı orqanizmlərdə elektrik hadisələrinin tədqiqinə cəlb etdi.

Bioloji xüsusiyyəti çox olan fiziki kəmiyyətlərdən biri də elektrik keçiriciliyidir. Bədən toxumalarında elektrikkeçirmə hadisəsinin mövcud olmasının böyük fizioloji əhəmiyyəti olub, fizioterapiyada geniş istifadə olunur. Fizikadan, kimyadan, biologiyadan məlumdur ki, bioloji mayələrin və ayrı-ayrı toxumaların elektrik keçiriciliyi eyni deyildir. İnsan və heyvan orqanizminə təsirinə görə elektrik cərəyanı üç qrupa bölünür: - kimyəvi; - istilik; - bioloji. Elektrik cərəyanının kimyəvi təsirindən qan və üzvi maddələr tərkib hissələrinə parçalanır (yəni elektroliz olunur). İstilik təsiri canlı orqanizmin, elektrik cərəyanı daşıyan hissələrlə sıx sürətdə təmasda olan sahələrində, yanq əmələ gəlməsi ilə özünü göstərir [1]. Bioloji təsir nəticəsində orqanizmdə hüceyrələr qıcıqlanır, əzələlər iflic olur.

Elektrik keçiriciliyinə bədənin onurğa, beyin mayesi, limfa, qan və ödünü göstərə bilirik. Bununla yanaşı, bədən əzələləri, dərialtı hüceyrələr, beyinin boz maddəsi də elektriki yaxşı keçirirlər. Müəyyən olunmuşdur ki, piy, sümük, sinir toxumaları elektriki çox zəif keçirir [3]. Bununla yanaşı, elektrik cərəyanı bədəndə ionların yenidən paylanmasını təmin edir, turşuluğun (PH) qiyməti dəyişir, maddələr mübadiləsi çoxalır. Mütəxəssislər dərmanları dəri vasitəsilə ilə bədənə yeritmə və elektroosmos məsələlərində, sinir hüceyrələrinin bərpasında və digər sahələrdə fizikanın elektrikle əlaqəli qanunlarından çox bəhrələnilir. Fiziki qanunların canlılara, bitkilərə təsirinə aid elmin sübut etdiyi yeniliklər çoxdur. Fizika və biologiya, canlılar aləmi və s üçün enerjinin saxlanması və çevrilməsi qanunu ümumi hesab edilməlidir və elmin bu yeniliklərindən təkəcə insanlar üçün deyil, bütün canlılar üçün istifadə olunmalıdır.

Canlı sistemlərin elektrik keçiriciliyi biomembranların, hüceyrələrin və toxumaların elektrik cərəyanını keçirmə qabiliyyəti kimi başa düşülür. Bu hadisə elektrik cərəyanının cansız cisimlərdən və toxumalardan keçməsinin fiziki qanunlarına əsaslanır. Cərəyanın maddədən keçməsinin iki mexanizmi var:



Metallara xas olan elektron keçirici mexanizm:

Elektrolitik - ionların hərəkətinə görə.

Elektron elektrik sahəsində olarsa, o zaman sərbəst elektronlara elektron yükünün və sahənin gücünə bərabər olan və əks istiqamətə yönəldilmiş qüvvə təsir edəcək. Bu qüvvə elektrona sahənin əksinə yönəlmiş bir sürətlənmə verir. Beləliklə, elektronlar sahənin gücünə mütənəsb orta sürət əldə edirlər.

Davamlı birtərəfli elektronların hərəkəti elektrik cərəyanının keçməsinə imkan verir.

Elektrolitik keçiricilərdə elektrikin ötürülməsi ionların hərəkəti hesabına baş verir, anionlar müsbət qütbə (anod), kationlar mənfi qütbə (katod) doğru hərəkət edir. Elektrolitik olan bir maddənin xüsusi elektrik keçiriciliyi ionların sayından, ionların yükündən və hərəkət sürətindən, elektrolitlərin dissosiasiya dərəcəsiindən asılı olacaq. İonların müxtəlif yükləri olduğundan, müəyyən bir mühitdə hərəkət edir və həlledici molekulları ilə bir-biri ilə qarşılıqlı təsir göstərir. Hərəkət sürəti həlledicinin dielektrik davamlılığından, özlülüyündən, temperaturdan, təzyiqdən, cazibə və itələmə qüvvələrindən və ion atmosferindən asılıdır.

Bəzi real bərk, eləcə də mayelərdə keçiricilik bir qayda olaraq qarışıq yükdaşıyıcılar hesabına baş verir. Lakin əksər hallarda elektron yaxud ion komponentlərinin kəskin üstünlüyü olur. Bioloji obyektlərdə xalis elektron keçiriciliyi yoxdur, ona görə ki, onlar əsasən dielektriklərdən yaxud elektrolitlərin məhlullarından ibarət olur. Qan, sitoplazma və müxtəlif toxuma mayeləri bioloji obyekt olaraq götürülür, belə ki, məsələn, qan plazmasının tərkibində 0,32 % xörək duzu və eləcə də 6-7 % zülal vardır. Belə sistemlərin, böyük miqdarda sərbəst ionlara malik olmalarına görə xüsusi müqavimətlərinin kiçik olacağını gözləmək olardı. Lakin təcrübələr göstərir ki, sitoplazmanın sabit cərəyana göstərdiyi xüsusi müqavimət 1 Om.m-dən 3 Om.m-dək olmaqla kifayət qədər böyükdür, əksər toxumaların xüsusi müqaviməti 10 Om.m-dən 100 Om.m-dək olmaqla qiymət alır. Bu onunla izah edilir ki, sitoplazmanın tərkibinə elektrolitlərlə yanaşı yağlar və zülallar da daxildir. Hüceyrələrin elektrik xassələrinə isə, hüceyrə membranları əhəmiyyətli dərəcədə təsir göstərir. Müxtəlif toxumaların xüsusi müqavimətlərinin qiyməti bir-birindən kifayət qədər güclü fərqlənir. Onurğa beyinin mayesi, qan, limfa elektrik cərəyanını çox yaxşı keçirir: əzələlər, qara ciyər, ağ ciyər toxumaları elektrik cərəyanını bir az pis keçirir. Piy və sümük toxumaları və dəri isə çox böyük müqavimətə malikdir. Toxumaların müqaviməti xarici səbəblərdən asılıdır. Məsələn: nəm dərinin xüsusi müqaviməti quru dərininkindən xeyli azdır; müxtəlif zədələnmələr (sıyrıntılar, yanıqlar) dərinin müqavimətini azaldır. Elektrodların müxtəlif vəziyyətlərində cərəyan xətlərinin paylanması Heyvan orqanlarının və toxumalarının elektrik müqavimətinin ölçülməsi xeyli mürəkkəbdir.

Toxumalar öz tərkibinə görə qeyri-bircinslidir. Elektrodlar heyvanın bədənin bir hissəsinə qoyulduqda cərəyan xətləri dəridən, yağ və əzələ toxumalarından, qan damarlarından keçir, həm də əsasən elə xüsusi müqavimətli hissələrdən keçir ki, müqaviməti daha az (toxuma mayesi axını boyunca, qan damarları boyunca, əsəb sinirləri boyunca və s.) olsun. Bu ölçmələrə əsasən toxumaların müqaviməti haqqında fikir söyləmək ümumiyyətlə hədsiz dərəcədə çətinidir, bəzi hallarda isə mümkün deyil. Canlı obyektlərlə elektrik ölçmələrinin aparılması bir sıra çətinliklərlə əlaqədardır. Çünki canlı varlıqların fiziki parametrləri zaman keçdikcə sabit qalmır. Onlar həm heyvanların orqanizmində gedən fizioloji proseslərlə əlaqədar olaraq, həm də onlardan keçən cərəyanın təsiri dəyişir.

Orqanizmdən izolə olunmuş toxumalarda aparılan ölçmələrdə toxumaların elektrik keçiriciliyinin ion xarakterini nəzərə almaq lazımdır və onlarda sabit rütubətliyin saxlanması davam etdirmək lazımdır. Bunun üçün ölçmələr müddətində toxumaları xüsusi rütubətli kameralarda saxlayırlar. Lakin bu zaman səth təbəqəsində yaranan rütubət toxumaların həcmi müqavimətini şuntlaya və ölçmələrin nəticələrini təhrif edə bilər. Yadda saxlamaq lazımdır ki, hər bir əvvəlki ölçmə obyektini qıcıqlandıraraq, növbəti ölçmələrin nəticələrinə təsir göstərə bilər. Buna görə də təkrar ölçmələrdə heç də həmişə təcrübi qiymətlərlə üst-üstə düşən qiymətlər alınmır. Hər bir hüceyrənin elektrik parametrlərinin ölçülməsi heç də sadə deyil. Mikroelektrodların hüceyrəyə daxil edilməsi ona müəyyən təsir göstərməyə bilməz ki, bunun da nəticəsində onun keçiriciliyi dəyişir. Sabit cərəyanın keçməsi stoplazmanın dissosiasiyasına gətirir, bu isə dissosiasiyanın kifayət qədər böyük olduğu

halda hüceyrələrin məhv olmasına səbəb olur. Buna görə hüceyrələrin, eləcə də ümumiyyətlə, canlı obyektlərin elektrik müqavimətini ölçdükdə mümkün qədər kiçik cərəyanlardan istifadə olunmalıdır, bu isə ölçmələrin dəqiqliyini aşağı salır. Hər hansı toxumadakı cərəyanı ölçmə zamanı, elektrodlardakı dəqiqliyin sabit olduğu halda cərəyan şiddəti zamana görə dəyişir. Elektrodların gərginlik mənbəyinə qoşulmasından sonra cərəyan şiddəti sürətlə olmaqla yüzlərlə və hətta minlərlə dəfə azalır və yalnız bundan sonra cərəyanın hər hansı sabit qiyməti qərarlaşır.

Elektrik xassələrinə görə bioloji toxumalar bir-birindən fərqlənir. Yumşaq toxumalar hüceyrənin sıx suspenziyası kimi təsəvvür olunur. Qan orqanizmin maye toxumasıdır. Başqa toxumalara nisbətən o daha çox bircinslidir. Ona görə də qanın nümunəsində toxumaların elektrik xassəsinə diqqət yetirək. Əgər qandan hüceyrələr çıxarılsa, onda qanda 6-7% zülal və kiçik molekulu elektrolitdən ibarət qaz plazması qalacaqdır. Elektrik xassəsinə görə elektrolit məhlulu elektrik keçiricisi olduğundan, o xüsusi elektrik keçiriciliyi ilə xarakterizə olunur və onun ionları elektrik sahəsində istiqamətlənmiş hərəkət edir. Bu məhlulda olan zülallar isə mürəkkəb quruluşa malik olub, özlərini həm naqillər və həm də dielektriklər kimi apara bilir. Zülal molekulunun əsasını polipeptid zənciri təşkil edən polimerdir. Zülal molekullarının səthində həmişə müsbət və mənfi yüklü qruplar olur. Molekulların səthində yüklərin assimetrik yerləşməsi sabit dipol yaranmasına səbəb olur. Zülalların sabit dipol momentinə malik olması isə onlara polyar dielektriklərin xassələrini verir. Əgər müəyyən şəraitdə ya müsbət və ya mənfi yüklər çoxluq təşkil edərsə onda müəyyən işarəli və qiymətli səthi yüklər yaranmış olar. Bu halda polinon adlanan zülal molekulu özünü məhluldakı ion kimi aparır yəni ion öz yerini istiqamətlənmiş şəkildə müvafiq elektrik qütbünə doğru dəyişmiş olar. Bu baxımdan zülallara elektrolit kimi baxmaq olar. Dipol təbiətinə görə zülalları dielektriklərə aid etmək olar. Lakin zülalların müəyyən səthi yüklərə malik olması onların yüklərinin sabit elektrik sahəsində öz yerlərini dəyişməsinə xas olan xassələrə malik olmaq xüsusiyyətini verir.

Orqanizm toxumalarının sıx hissələri üzvi maddələrdən (zülallar, piy və karbohidratlar) təşkil olunmuşdur. Ona görə də həmin üzvi maddələr təmiz və quru vəziyyətdə dielektriklər kimi özlərini aparır. Bunlardan dielektrik nüfuzluğu ən çox olan, zülallar ən az olan isə piydir.

Hal-hazırda bioloji obyektlər barədə daha çox məlumat almaq üçün elektrik keçiriciliyi onlardan sabit cərəyan deyil dəyişən cərəyan keçdikdə ölçülür. Bioloji sistemlərdən cərəyan keçdikdə onlar elektrik yükünü toplama qabiliyyətinə malikdirlər. Buna görə də bioloji sistemlərin elektrik xassələrini öyrənərkən omik müqavimətlə bərabər elektrik tutumundan da istifadə etmək lazımdır.

Elektrik tutumu  $C$  ilə işarə olunur. Tutum naqilin  $\Delta q$  elektrik yükünün dəyişməsinin onun  $\Delta \varphi$  potensial dəyişməsinə nisbətində bərabərdir:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \varphi}$$

Yastı kondensator üçün

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$$

Burada  $S$ -kondensatorun lövhələrinin sahəsi,  $d$ -onlar arasındakı məsafə,  $\epsilon$ -dielektrik nüfuzluğudur. Obyektdən cərəyan keçdikdə polyarlaşma tutumu əmələ gəlir. Bioloji obyektin elektrik tutumu polyarlaşma tutumu ilə təyin olunur. Polyarlaşma tutumu obyektədən dəyişən cərəyan keçdikdə onun elektrik yükünün dəyişməsinin potensial dəyişməsinə nisbətini ifadə edir.

Hüceyrə və toxumaların elektrik xassələri körpü sxemi vasitəsi ilə öyrənilir. Şəkildə bioloji obyektlərin tutum və müqavimətini ölçmək üçün istifadə olunan xüsusi körpü sxemi verilmişdir. Toxumaların tutum və müqaviməti metal elektrodlar vasitəsi ilə ölçülür. Bu zaman elektrodlarda baş verən elektrokimyəvi reaksiyalar obyektə ardıcıl birləşmiş əlavə impedansa ekvivalentdir ki, bu da özünü alınan nəticədə büruzə verir [4].

$R$ -körpünün tarazlıqda olan çiyinlərinin omik müqaviməti;  $C_x$  və  $R_x$ -obyektin parametrləri;

$C_n$  və  $R_n$  –obyektin parametrləri kompensasiya edən tutum və müqavimət;  $U$ -ölçü cihazı

Canlı obyektləri tədqiq edərkən daha dəqiq nəticə almaq üçün elə üsullardan istifadə etmək lazımdır ki, istifadə olunan gərginlik ( $>50mV$ ) bioloji obyektin zədələnməsinə səbəb olmur və obyekt

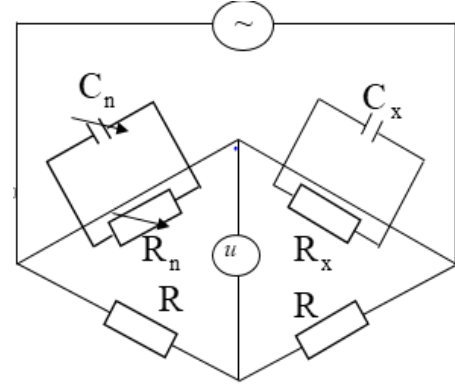
daxilində gedən fiziki və fiziki-kimyəvi prosesləri, demək olar ki dəyişmir. Fizioloji və patoloji vəziyyətlərdə canlı hüceyrə və toxumalarda baş verən proseslərin öyrənilməsində və zədələyici

faktorların təsirinin tədqiqində bu üsuldən çox geniş istifadə olunur. Zədələyici faktor dedikdə şüalanma, temperatur, ultrasəs və s. nəzərdə tutulur, Patologiyalar zamanı toxumaların elektrik xassələri dəyişir. Məsələn, İltihabi proseslərin ilkin mərhələsində toxumaların müqaviməti artır. Əsasən də, aşağı tezliklərdə aparılan ölçmələrdə daha yüksək effekt alınır, çünki bütün müqavimət hüceyrələrarası mühitin müqaviməti olur. İltihab zamanı hüceyrələr şişir, hüceyrələrarası mühitin həcmi azalır və nəticədə omik müqavimət artır.

Hüceyrənin quruluşunda dəyişiklər baş vermədiyindən tutum dəyişmir. Müqavimətin azalması hüceyrələrin həcmimin azalmasını göstərir. İltihabi proseslərin diaqnostikasında elektrik parametrlərinin ölçülməsi olduqca əhəmiyyət kəsb edir. İnsan bədənindən keçən elektrik cərəyanı bioloji, elektrokimyəvi, istilik və mexaniki təsir göstərir.

Toxuma və hüceyrələrin həyəcanlaşması sabit cərəyanın orqanizmə ilkin təsiridir. İnsan orqanizmi müxtəlif mübadilə proseslərində iştirak edən çoxlu sayda ionlara malik bioloji mayelərdən ibarətdir. Məlumdur ki, sükunət halında hüceyrənin daxilində və hüceyrətrafi mayədə ionlar müxtəlif qaydada toplanır. Hüceyrətrafi mayədə əsasən müsbət ionlar ( $K^+$ ,  $Na^+$  və s.) daxilində isə mənfi yüklər ( $Cl^-$ , zülal anionları, fosfat ionları və s.) yerləşir.

Beləliklə, elektrik sahəsinin təsiri altında ionlar müxtəlif sürətlə hərəkət edərək, hüceyrə membranının ətrafında toplananaraq, polyarlaşmış sahə adlanan əks işarəli elektrik sahəsi yaradırlar. Bu da nəticədə elektrik cərəyanının toxumalarda ionları və başqa yüklü hissəciklərin yerdəyişməsinə gətirir. Beləliklə, ionların konsentrasiyası dəyişir və ionların güclü polyarlaşması baş verir. Bunun da nəticəsində hüceyrənin funksional halı dəyişir və toxumalarda başqa fizioloji proseslər yaranır. Sabit cərəyanın orqanizmə ikinci təsiri də vardır. Bu da toxumalardan sabit cərəyan keçərkən onlarda istiliyin (Coul-Lens istiliyi) ayrılması ilə bağlıdır. Bunun nəticəsində qan damarları genişlənir və orqanizmin müəyyən sahələrinə gələn qanın miqdarı artır. Nəticədə maddələr mübadiləsinin intensivliyi yüksəlir, yəni orqanizmin həyat fəaliyyəti yaxşılaşır. Bioloji nöqtəyi-nəzərdən insanın həyatının özü elə maddələr mübadiləsinin olması və davam etməsi deməkdir. Dəyişən cərəyan da sabit cərəyan kimi naqildə elektrik yüklərinin nizmalı hərəkəti nəticəsində yaranır. Lakin dəyişən cərəyan tətbiq edilən gərginlikdən asılı olaraq cərəyanın istiqaməti (həm də onun qiyməti) hər yarım perioddan bir dəyişir. Odur ki, tətbiq olunan gərginliyin tezliyi çoxaldıqca yüklərin rəqsi tezliyinin amplitudu azalacaq. Başqa sözlə toxumaların həyəcanlaşmasını yaradan şərait alınmır, ionlar hüceyrə membranı ətrafında qruplaşa bilmirlər. Elektrik sahəsinin toxumalara ilkin təsiri, onların tərkibindəki dielektriklərin polyarlaşması hesabına yaranır. Müxtəlif bioloji toxumalar bir-birindən elektirik xassələri ilə fərqlənir. Bərk toxumalar - zülal, piy və karbohidratlardan təşkil olunmuşdurlar. Bu maddələr dielektrik olduğuna görə, bərk toxumalar da dielektrik xassəsinə malikdirlər.



**Səkil 1.** Bioobyektlərin tutum və müqavimətinin təyin olunması üçün

## ƏDƏBİYYAT

1. Владимиров Ю.А. Биофизика «Медицина» М.: 1983
2. Рибин А.В. « Биофизика» М.: 1987
3. Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика.М.Высш.шк., 1999.
4. Rüstəm Cəfərov Biofizika kursu. Bakı: 2008
5. N.Qardaşbəyova, A.Sultanova. Tibbi təhsil müəssisələrində fizika elminin tədrisinə verilən müasir tələblər. Naxçıvan Dövlət Universiteti. Elmi əsərlər, 2020, №5

## İNDIUM SELENİDİN ELETRİK XASSƏLƏRİNİN ANİZATROPIYAYA TƏSİRİ

GaSe və İnSe güclü quruluş anizotropiyasına malik yaylı yarımkeçiricilərin geniş sinfinə aid birləşmədir. Bu birləşmələrin digər maraqlı xüsusiyyətləri isə onların quruluş və nəzarət olunmayan defektlərlə bağlı güclü defektliyidir. Məxsusi defektlərin sıxlığı böyük olduğundan, onların fonunda radiasiya defektlərinin özlərini necə bürüzə verməsinin, yəni radiasiyanın təsiri altında kristalların fiziki xassələrinin necə dəyişməsinə aydınlaşdırır.

$\gamma$ -kvantlarının, və MeV enerjili elektron şüalanmasının,  $\gamma$ -neytron şüalanmasının və izoxron tabalmanın İnSe monokristallarının elektrofiziki xassələrinə təsirini göstərir.

Şüalanmadan əvvəl və sonra 77-300 K temperatur diapazonunda  $R_H$  Hall əmsalının və  $\rho$  xüsusi müqavimətinin iki kristalloqrafik istiqamətində temperatur asılılığı ölçülüb. Tədqiq olunan kristallar n-tip keçiriciliyə malik olub, olarda otaq temperaturunda yükdaşıyıcıların konsentrasiyası və yüklülüyü müvafiq olaraq  $n=5 \div 10^{14}-1 \cdot 10^{16} \text{ sm}^{-3}$  və  $\mu=200-1250/(V.s)$  təşkil edir.

Eyni zamanda şüalanma 25 MeV enerjili elektronlarla və impuls reaktorunun neytronları ilə aparıldıqda ( $N_D-N_A$ ) fərqi monoton olaraq azalır.

Aşağı temperaturlarda kifayət qədər böyük inteqral flüenslərində yüklülük  $\mu \sim T^\alpha$  ( $\alpha=2 \div 4$ ) qanunu üzrə dəyişir.

Yüksək temperaturlar oblastında şüalanmadan sonra yüklülüyün mütləq qiymətin güclü sürətdə kiçilməsindən başqa həm də temperaturun artması ilə yüklülüyün azalması müşahidə olunur.  $\mu \sim T^\alpha$  asılılığında mənfi  $\alpha$  əmsalı 1,8:8 arasında dəyişir.

Ola bilsin ki, şüalandırmanın nəticəsində qeyri-bircinsliyin və indium selenidin elektrik xassələrinin anizotropiyasının artması ilə bağlıdır. Məlum olduğu kimi, bu istiqamətdə keçiricilik sıçrayış xarakteri daşıyır və  $\mu$  yüklülüyü aşağıdakı ifadə ilə təsvir oluna bilər:

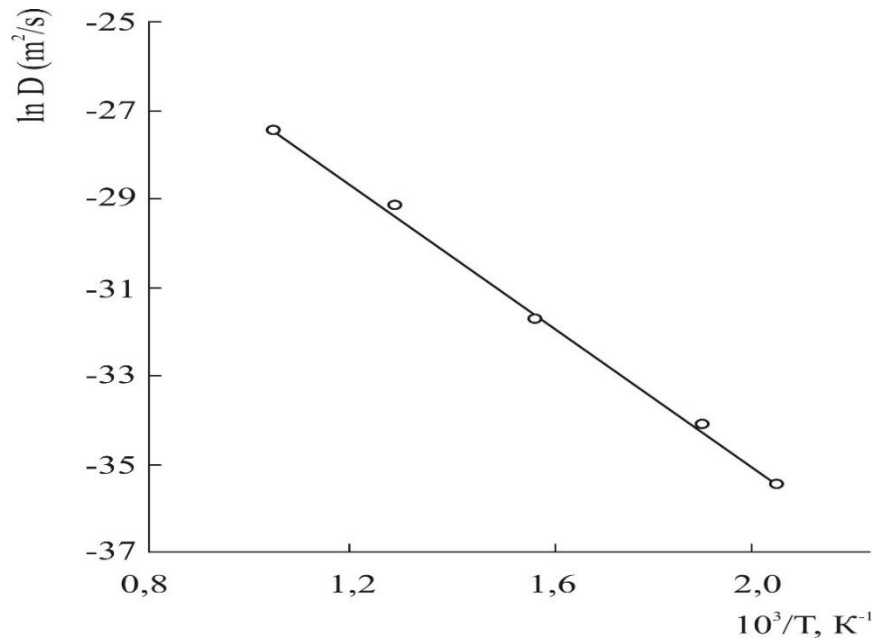
$$\mu = A \exp(-\Delta E/KT),$$

burada A- sabit; K-Bolsman sabiti;  $\Delta E$ -yükdaşıyıcıların bir laydan digər laya sıçrayışı üçün enerji çəpərinin hündürlüyüdür.

Qeyd etmək lazımdır ki, aşkar olunan bütün effektlər həcmi xarakter daşıyır. Şüalandırma prosesində indium selenid kristallarının qaranlıq müqavimətinin müxtəlif mühitlərdə (təsirsiz qaz, oksigen, vakuum) xüsusi tədqiqatları göstərdi ki, bütün hallarda səth effektinin rolü cüzdür.

Aparılan izoxron tabalma göstərdiki impuls neytronları, 6MeV enerjili elektronlar və  $\gamma$ -kvantlarla şüalandırılmış nümunələrdə dəşiklərin konsentrasiyası artıq 200-250°S temperaur intervalında özünün ilkin qiymətini bərpa edir.

Qeyd etmək lazımdır ki, elektronların konsentrasiyasını dəyişən defektlə materialda olan yeganə radiasiya defektləri deyildir.  $\Gamma$ -kvantlarla, neytronlarla və 6MeV enerjili elektronlarla şüalandırılmış nümunələrdə yükdaşıyıcılarının yüklülüyünün ilkin qiymətlərini bərpa etmək üçün 423-523 K temperaturda əlavə tabalama tələb olunur.



**Əvvəlcədən  $10^6 R$  flüensli qamma-kvantlarla şüalandırılmış InSe kristallarında indiumun diffuziyasının temperatur asılılığı**

Alınan nəticələr belə bir fərziyyə ilə uzlaşır ki. Şüalanma flüensinin artması ilə defektlər əsas etibarlı ilə laylararası fəzalarda yaranır və yığılır, yəni kristalın anizotropiyası artır.

Bu fakt laylı monokristalların fotoelektrik parametrlərinə aşağı flüensli şüalanmanın təsiri altında yüksəlməsinə təsir göstərir.

İstifadə olunan monokristalların ilkin parametrləri

Parametrin adı	Yarımkeçirici material	
	GaSe	InSe
Elektrik keçiriciliyinin tipi (300 K-də)	p	n
Nümunənin qalınlığı, mkm	100-500	100-500
Yükdaşıyıcıların konsentrasiyası (300 K-də), $sm^{-3}$	$10^{15}$ - $10^{16}$	$10^{14}$ - $10^{15}$
Yükdaşıyıcıların yürüklüyü (300 K-də), $sm^2/V \cdot s$	30-450	200-1200

**ƏDƏBİYYAT**

1. К.А.Аскеров,Ф.К.Исаев ,Д.Г.Амиров. В кн. «Дефектообразование и диффузионные процессы в некоторых слоистых полупроводниках» Азернешр, Баку: 1991, с.126
2. Салаев Э.Ю, Исмаилов Ф.И., Аскеров К.А., Амиров Д.Г. Тез.докладов ФИАН Азерб.ССР 1980, с. 126
3. А.Я.Ших. Письмо ЖЭТФ,1974 ,т.20, №1, с,14-16

## **NƏQLİYYAT AXINLARININ SVETOFOR SİQNALLARI VASİTƏSİ İLƏ TƏNZİMLƏNMƏSİ**

### **Nəqliyyat axınlarının idarə edilməsi**

Müasir şəhərlərin əhalisi gündən-günə artdığından nəqliyyat vasitələrinin gediş-gəlişi artır və bu da tıxac probleminə səbəb olur. Nəqliyyat sıxlığı böyük və ən çox məskunlaşan şəhərlərdə bir çox kritik problemlərə səbəb olmuşdur. Bu tıxac səbəbindən vaxt itkisi daha çox olur. Yolda avtomobillərin sayının durmadan artması mövcud yol tutumundan istifadəni optimallaşdırmaq üçün nəqliyyat axınının səmərəli idarə edilməsinin əhəmiyyətini artırmışdır. Yüksək yanacaq qiyməti və ətraf mühitlə bağlı narahatlıqlar da nəqliyyat gecikmələrini minimuma endirmək üçün mühüm stimullar təmin edir. Müasir dünyanın digər əsas problemlərindən biri də yol qəzasıdır. Yol-nəqliyyat hadisələrinin səbəblərini ciddi şəkildə müşahidə etsək, görürük ki, yol qəzalarının sayının artmasının əsas səbəbi yolların dar olması, nəqliyyat vasitələrinin sürətlə artmasıdır.

Əvvəllər qeyd olunan yol problemlərini həll etmək üçün Yol Qaydaları və Qanunları, Yol İşarələri və Hərəkətə Nəzarət Sistemlərindən istifadə edilirdi. Yol hərəkəti qaydaları yol hərəkətini tənzimləyən və nəqliyyat vasitələrini tənzimləyən qanunlardır, yol hərəkəti nizamlayıcıları isə həm qanunlar, həm də yol hərəkətinin nizamlı və vaxtında hərəkətini asanlaşdırmaq üçün zamanla formalaşmış qaydalardır. Yol nişanları yol hərəkəti iştirakçılarına məlumat vermək üçün yolların kənarlarında qoyulan nişanlardır.

Dünya Nəqliyyat Departamentinin fikirlərinə görə nəqliyyat sıxlığının üç əsas mənbəyi ola bilər. Birincisi hadisələr, iş zonaları və pis hava şəraiti kimi yol hərəkətinə təsir göstərən hadisələrlə bağlıdır. İkincisi, trafik tələbi ilə bağlıdır, bu, normal nəqliyyatda dalğalanmalar və xüsusi hadisələr deməkdir. Sonuncu mənbə nəqliyyat infrastrukturudur ki, bu da hərəkətə nəzarət cihazlarını təmsil edir. Üstəlik, bu tıxaclar ümumi tıxacın 40%-ni, ardınca isə 25%-lə avtomobil qəzaları, 15%-lə pis hava şəraiti, 10%-lə iş zonaları və svetofor siqnalının düzgün təyin edilməməsi kimi yol-nəqliyyat hadisələri ilə əlaqədardır.

Nəqliyyat sıxlığının qarşısının alınmasına və ümumi nəqliyyatın səmərəliliyinin artırılmasına diqqət yetirərək, böyük şəhərlər nəqliyyat sıxlığını və onunla bağlı problemləri azaltmaq məqsədi daşıyan nəqliyyatın idarə edilməsi sistemlərinə (NİS) etibar edir. Bu məqsədlə, NİS-lər rabitə, hissetmə və emal texnologiyalarını inteqrasiya etmək üçün proqramlar və idarəetmə alətləri toplusundan ibarətdir. Xülasə, NİS-lər nəqliyyat vasitələri, svetoforlar kimi heterogen mənbələrdən yol hərəkəti ilə bağlı məlumatları toplayır. Bundan əlavə, yol hərəkəti ilə bağlı məlumatları kooperativ qaydada (məsələn, nəqliyyat vasitələri arasında) və ya buludda və ya məlumat mərkəzində cəmlənmiş bir nəqliyyat idarə edilməsi mərkəzinə (NİM) birləşdirərək və istismar etməklə, bir neçə yol təhlükəsi müəyyən edilə bilər. Ümumi nəqliyyat səmərəliliyini artırmaq və normal bir nəqliyyat axını təmin etmək üçün istifadə edilir.

### **Manual Nəzarət**

Trafikə nəzarət etmək üçün insan gücünü tələb edən ad nümunəsinə əl ilə nəzarətdir. Yol polisləri nəqliyyatın hərəkətinə nəzarət etmək üçün tələb olunan ərazi və ya şəhər üçün ayrılır. Yol polislərində hərəkətə nəzarət etmək üçün lövhə, işarə işığı və fit kimi əşyalar olur. Əllə idarəetmə sistemində bizə daha çox insan gücü lazımdır. Bizdə yol polisinin gücü zəif olduğundan şəhərin və ya qəsəbənin bütün ərazisində nəqliyyatı əl ilə idarə edə bilmirik. Beləliklə, trafikə nəzarət etmək üçün daha yaxşı bir həllə ehtiyacımız var.[1]

### **Avtomatik Nəzarət**

Avtomatik svetofor taymerlər və elektrik sensorlar tərəfindən idarə olunur. Klassik svetofor sistemində hər bir faza taymerə yüklənmiş sabit ədədi dəyərə malikdir. Taymer dəyərinin dəyişməsindən asılı olaraq, işıqlar avtomatik olaraq yanır və sönür.

Klassik svetofor sistemi tıxaclara çox meylli olduğundan, intellektual svetofor sistemlərinə ehtiyac var, yəni müəyyən edilmiş taymer əvəzinə nəqliyyat vasitələrinin sıxlığı hesablanır, sonra taymer təyin olunur. Ən çox yayılmış mexanizm səkiyə quraşdırılmış elektrik sensorlarının istifadəsidir. Bu sistem nəqliyyat vasitələrini aşkarlayacaq və avtomobillərin sıxlığına əsasən taymer üçün siqnal verəcək. Nəqliyyatın hərəkətinə nəzarət etmək üçün elektron sensorlardan istifadə edərkən də tıxac yarana bilər. Elektron sensorların istifadəsi o qədər də səmərəli deyil, çünki səs-küydən təsirlənməyə meyllidir və bahalıdır. Bütün bu çatışmazlıqların görüntü emalından istifadə etməklə aradan qaldırılması daha məqsədə uyğundur [2].

(N.J.Ferrier, S.M.Rou, A.Bleyk, “Real-time trafik monitorinqi,” Prosedurlar Kompüter Vizyonunun Tətbiqləri üzrə İkinci IEEE Seminarı)

### **Svetofor Sistemləri**

Svetofor sistemi standart qırmızı, sarı və yaşıl rəngli işarələri göstərməklə küçə kəsişməsində hərəkət hüququ təyin edən elektron cihazdır. Bundan əlavə, o, həmçinin piyada keçidini təyin etmək üçün piyada ekranları ilə birlikdə işləyir. Svetofor, həmçinin svetofor, dayanma işığı, dayan və getmə işıqları kimi tanınan, avtomobili idarə etmək, sürmək və ya sürməyin təhlükəsiz olduğunu bildirmək üçün yol kəsişməsində, piyada keçidində və ya başqa yerdə yerləşdirilən siqnal qurğusudur. Universal rəng kodundan istifadə edilir.

İşıqforun qırmızı işığı bütün istiqamətlərdə hərəkətin dayandırılması deməkdir. Sarı işıq şəhərlərarası nəqliyyatın yavaşlaması, yaşıl işığın isə getməsi və ya davam etməsi deməkdir. İntellektual idarəetmə strukturunun inkişafı nəqliyyat və yol hərəkəti sisteminin bütün iştirakçıları üçün optimal həlli təmin edir [3]. (Choudekar P, Banerjee S, Muju M.K, “Real vaxt svetoforunun idarə edilməsində təsvirin işlənməsinin həyata keçirilməsi” Elektron Kompüter Texnologiyaları üzrə Beynəlxalq Konfrans şə 27)

Yol kəsişmələrinə nəzarət etməyin müxtəlif yolları var. Ən sadə hallarda sağ əl qaydası və ya nəqliyyat daha yüksəkdirsə, dairəvi yol və ya polisın siqnalı nəqliyyatın hərəkətini idarə etməyə kömək edə bilər. Bununla belə, xüsusilə böyük şəhərlərdə, kəsişmələrdə yolların bir neçə zolaqlı olduğu mürəkkəb hallarda svetofordan istifadənin qarşısını almaq olmaz. Əlavə bir problem, kəsişmədə təkə yolların deyil, həm də dəmir yollarının iştirak etdiyi zaman yaranır, bu, tez-tez şəhəratrafi nəqliyyat vəziyyətlərində baş verir. Bu tip kəsişmələri idarə etməyin ən çox yayılmış yolu işıqların idarə edilməsidir.

Daha təkmil idarəetmədə müxtəlif istiqamətlərdə hərəkət sensorlar tərəfindən izlənilir və bununla da əldə edilən siqnallar svetofora nəzarət edir. Bu üsulda idarəetmə nəqliyyat axınına uyğunlaşır. Ümumi problem dəyişənlərin çoxluğu və böyük hesablama səylərinə ehtiyacdır.

Bu problemi sadələşdirməyin mümkün yolu qeyri-səlis üsullardan istifadə etməkdir. Son bir neçə ildə bir çox simulyasiyalar aparılmışdır, həmçinin sadə qeyri-səlis qaydalar əsasında praktiki idarəetmə sistemləri qurulmuşdur [4]. (Şəkil emalından istifadə edərək nəqliyyat vasitələrinin aşkarlanması vasitəsilə svetofora nəzarət sisteminin simulyasiyası Mac Michael B. Reyes və Dr Eliezer A. Albacea)

Bununla belə, zolaqların sayının böyük olduğu və bəlkə də təkə bir deyil, bir neçə yol kəsişməsinin və dəmir yolunun iştirak etdiyi ən mürəkkəb hallarda, mürəkkəbliyi azaltmaq üçün iyerarxiyanı ehtiva edən qeyri-səlis üsullardan istifadə etmək və interpolyasiya tətbiq etmək mənə kəsb edir.

### **Nəqliyyat Axınlarının İdarəolunması Üçün Svetofor Nəzarətinin Faydaları**

Düzgün istifadə edildikdə, yol hərəkətinə nəzarət siqnalları yolda nəqliyyat vasitələrini idarə etmək üçün vacib cihazlardır. Onlar yol hərəkəti seçiminə yol hüququ verirlər və orada nəqliyyat axınına dərindən təsir göstərirlər. Düzgün dizayn edilmiş, yerləşdirilən, idarə olunan və saxlanılan

yol hərəkətinə nəzarət siqnalları aşağıdakı üstünlüklərdən birinə və ya bir neçəsinə malik olacaqdır: [5] (Pan J, Popa IS və Borcea C. Divert: sıxlığın qarşısını almaq üçün paylanmış nəqliyyat vasitələrinin marşrutunu dəyişdirmə sistemi.)

- I. Nəqliyyatın nizamlı hərəkətini təmin etmək
- II. Tamamlanmış hərəkəti minimuma endir
- III. Davamlı hərəkət üçün əlaqələndirilir
- IV. Doğru yolu təyin etməklə sürücünün inamını təmin edin

Nəqliyyat axımına nəzarət siqnalları çox vaxt kəsişmələrdəki bütün nəqliyyat problemlərinin açarı hesab olunur. Bu inanc, nəqliyyat vasitələrinin, velosipedlərin və piyadaların hərəkətinin təhlükəsizliyinə və səmərəliliyinə mənfi təsir göstərən, ehtiyac olmayan bir çox yerlərdə yol hərəkətinə nəzarət siqnallarının quraşdırılmasına səbəb olmuşdur. Trafikə nəzarət siqnalları hətta yol və yol şəraiti ilə əsaslandırılrsa belə, səhv dizayn, səmərəsiz yerləşdirilə, düzgün istifadə olunmaya və ya səmərəsiz ərazidə quraşdırıla bilər. Svetoforların əsaslandırıldığı və düzgün quraşdırıldığı yerlərdə kömək edə bilsə də, onların çatışmazlıqları da var. Siqnal haqlı olsa belə, həmişə bəzi çatışmazlıqlar olacaq [6]. (Şəkil emalından istifadə edərək nəqliyyat vasitələrinin aşkarlanması vasitəsilə svetofoara nəzarət sisteminin simulyasiyası Mac Michael B. Reyes və Dr Eliezer A. Albacea)

#### **Şəkil emalından istifadə edən svetofofor sistemi**

Sistem səkiyə quraşdırılmış elektron sensorlardan istifadə etmək əvəzinə, şəkillər vasitəsilə nəqliyyat vasitələrini aşkarlayacaq. Svetoforun yanında kamera quraşdırılacaq. O, görüntü ardıcılığını çəkəcək. Şəkil emalı svetofoforun vəziyyətinin dəyişməsinə idarə etmək üçün daha yaxşı bir texnikadır. Bu onu göstərir ki, tıxacları azalda bilər və boş yolda yaşıl işığın yandırılması ilə vaxt itkisinin qarşısını alır. O, həmçinin nəqliyyat vasitəsinin mövcudluğunu aşkar etməkdə daha ardıcıldır, çünki o, faktiki yol görüntülərindən istifadə edir. O, reallığı vizuallaşdırır, ona görə də avtomobillərin aşkarlanmasına əsaslanan sistemlərdən daha yaxşı işləyir [7]. (Xanım PromilaSinhar, “İQ Sensorları və Mikrokontrollerdən istifadə edərək İntellektual Svetofor və Sıxlığa Nəzarət”, Beynəlxalq Qabaqcıl Texnologiya və Mühəndislik Araşdırmaları Jurnalı səh. 135)

Ölkəmizdə istifadə edilən svetofofor sistemlərinin böyük bir qismi klassikdir. Bu sistemlər bir çox məhdudiyyətlərlə qarşılaşır, yəni vaxtlama nəqliyyat vasitələrinin sayına əsaslanmır, buna görə də bizdə aşağıdakı çatışmazlıqlar var: [7]

#### **Güclü tıxaclar**

Yollarda nəqliyyat vasitələrinin sayının artması ilə böyük şəhərlərdə böyük tıxaclar yaranır. Bu, adətən əsas qovşaqlarda, səhər iş saatından əvvəl və axşam iş saatlarından sonra baş verir. Bu da insanların yolda vaxt itkisinin artmasına səbəb olur.

#### **Boş yol üçün yaşıl işıq**

Elə vaxtlar olur ki, qovşaqda heç bir avtomobil yoxdur, lakin həmin qovşaqda yaşıl işıq yanır. Halbuki digər qovşaqda gözləyən maşınlar növbəsi olsa da, həmin qovşaqda qırmızı işıq yanır.

Nəqliyyat hərəkəti yoxdur, amma piyadaların hələ də gözləməsi lazımdır

Müəyyən qovşaqlarda bəzən nəqliyyat olmasa belə, piyadalar gözləməli olurlar. Svetoforun əvvəlcədən müəyyən edilmiş müddət ərzində yaşıl olduğu üçün yol istifadəçiləri işığın qırmızıya çevrilməsini gözləməlidirlər[8]. (Trafik sıxlığı və etibarlılıq: tıxacın azaldılması üçün tendensiyalar və qabaqcıl strategiyalar, 2015)

#### **Nəticə**

Sistemlər tərəfindən nəzarət edilən nəqliyyat infrastrukturunun kritikliyi səbəbindən nəqliyyatın səmərəliliyinin artırılması hələ də aktiv və çətin tədqiqat sahəsidir. Bu məqalədə nəqliyyat axınlarının hərtərəfli tədqiqi təmin edilmiş, mövcud sistemlərin əsas çətinlikləri və çatışmazlıqları vurğulanmış və nəqliyyat axınlarının idarə olunmasının səmərəliliyinin artırılması üçün bəzi istiqamətlər təklif edilmişdir. Birincisi, NİS-də ən müasir vəziyyətin hərtərəfli icmalını təqdim etdik, burada üç əsas NİS mərhələsi təsvir edilmişdir: məlumatın toplanması, məlumat prosesi və xidmətin göstərilməsi. Həmçinin NİS xidmətlərinin arxitekturası və məqsədləri üzrə təşkil edilmiş ətraflı təsnifatını və nəzərdən keçirilməsini təklif etmişik. Bundan əlavə, təsvir edilən NİS əsasında



keyfiyyət təhlili aparılmışdır. Nəhayət, bu təkmilləşdirmənin açıq problemlərin hədəflənməsinə əsaslandığı arzu olunan dəqiqlik və trafikə nəzarət səviyyəsinə nail olmaq üçün NİS-in səmərəliliyini və möhkəmliyini təkmilləşdirməklə bağlı vizyonumuzu təqdim etdik. Bundan əlavə, bunun həlli üçün bəzi potensial səyləri müəyyən etdik və müzakirə etdik.

### **ƏDƏBİYYAT**

1. Trafik sıxlığı və etibarlılıq: tıxacın azaldılması üçün tendensiyalar və qabaqcıl strategiyalar, 2015, [http://www.ops.fhwa.dot.gov/congestion\\_report/chapter2.htm](http://www.ops.fhwa.dot.gov/congestion_report/chapter2.htm)
2. N. J. Ferrier, S. M. Rou, A. Bleyk, “Real-time trafik monitorinqi,” Prosedurlar Kompüter Vizyonunun Tətbiqləri üzrə İkinci IEEE Seminarı
3. Choudekar P, Banerjee S, Muju M.K, “Real vaxt svetoforunun idarə edilməsində təsvirin işlənməsinin həyata keçirilməsi” Elektron Kompüter Texnologiyaları üzrə Beynəlxalq Konfrans she 27
4. Şəkil emalından istifadə edərək nəqliyyat vasitələrinin aşkarlanması vasitəsilə svetofora nəzarət sisteminin simulyasiyası Mac Michael B. Reyes və Dr Eliezer A. Albacea
5. Pan J, Popa IS və Borcea C. Divert: sıxlığın qarşısını almaq üçün paylanmış nəqliyyat vasitələrinin marşrutunu dəyişdirmə sistemi.
6. Şəkil emalından istifadə edərək nəqliyyat vasitələrinin aşkarlanması vasitəsilə svetofora nəzarət sisteminin simulyasiyası Mac Michael B. Reyes və Dr Eliezer A. Albacea
7. Xanım PromilaSinhmar, “İQ Sensorları və Mikrokontrollerdən istifadə edərək İntellektual Svetofor və Sıxlığa Nəzarət”, Beynəlxalq Qabaqcıl Texnologiya və Mühəndislik Araşdırmaları Jurnalı səh. 135
8. Trafik sıxlığı və etibarlılıq: tıxacın azaldılması üçün tendensiyalar və qabaqcıl strategiyalar, 2015, [http://www.ops.fhwa.dot.gov/congestion\\_report/chapter2.htm](http://www.ops.fhwa.dot.gov/congestion_report/chapter2.htm)

**BİLLURƏ HACIYEVA**

*billur\_haciyeva@mail.ru*

**LEYLAN MƏMMƏDOVA**

*leylaa.memmedova94@gmail.com*

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **FİZİKANIN TƏDRİSİNDƏ İKT VASİTƏLƏRİNDƏN İSTİFADƏ ETMƏKLƏ LABORATORİYA İŞİNİN TƏŞKİLİ**

**Giriş.** Təbiətşünaslığın əsas elmlərindən olan fizika ali məktəblərin riyaziyyat, kimya, biologiya, astronomiya, texniki-texnoloji və s. ixtisaslarında tədris olunur. Bu fakültələrdə tədris olunan materialın həcmi və istiqaməti müxtəlif olur. Pədoqoji cəhətdən hazırlıqlı müəllimin uğuru onun fənnini dərinlən bilməsini tələb edir. Bu baxımdan fizika müəllimi fənnin nəzəri əsasları ilə yanaşı onun praktik fəaliyyətlərini, laboratoriya işlərini, təcrübələrin aparılması ilə nəzəriyyənin praktika ilə, onu digər fənlərlə, həyatla əlaqələndirməyi bacarmalı, şagirdlərdə fənnin öyrənilməsinə maraqlı oymatmalı, onların idrak fəallığına nail olmalıdır. Fəal təlim metodların, mövzuların xüsusiyyətlərini, şagirdlərin yaş səviyyələrini nəzərə alaraq, tətbiq etməyi bacarmalıdır. Ona görə də fizikanın tədrisində əyanilik prinsipi birinci növbədə fizika eksperimentinin geniş ölçüdə tətbiqi ilə həyata keçirilməlidir. Məşhur fizika metodisti Y.N.Qoryuçkin yazır ki, “Hər hansı canlı və aydın təsvir heç bir zaman əsl təcrübənin verdiyi təsəvvürü əvəz edə bilməz”. Fizikanın həm orta məktəbdə, həm də ali məktəbdə tədrisində laboratoriya işlərinin rolu əvəzsizdir [1, 7].

Laboratoriya işləri fiziki hadisənin müşahidə edilməsinə, alınan nəticələrin müqayisəli təhlilinə şərait yomadır. Laboratoriya işi dedikdə belə bir iş forması nəzərdə tutulur ki, bu iş tapşırıq əsasında şagirdlər tərəfindən yerinə yetirilir, işin gedişinə müəllim nəzarət edir, lakin şagirdlərin fəaliyyətinə birbaşa nəzarət etmir. Laboratoriya işinin yerinə yetirilməsi üçün müəyyən vaxt ayrılır. Bu zaman şagirdlərin şüurlu sürətdə öz qabiliyyətlərindən və əqli fəaliyyətlərindən istifadə edərək, qarşıya qoyulmuş nəticələrə çatmağa çalışırlar [2, 3].

Şagirdlərin praktik bacarıqlarının inkişaf edilməsində laboratoriya işləri mühüm əhəmiyyət daşıyır. Laboratoriya məşğələləri tədris prosesinin ən səmərəli formasıdır. Ona görə də laboratoriya məşğələsində şagirdlərin müstəqilliyi təmin olunur, öyrənilən obyekt, proses və hadisələr haqqında aydın təsəvvürlər yomadır və bacarıqlar formalaşır.

Laboratoriya işinin aparılması zamanı ilk öncə nəzəri materiallar öyrənilir. Sonra onun yerinə yetirilmə üsulları nümayiş etdirilir. Laboratoriya işlərinin şagirdlərlə aparılması üsulları tədris prosesindəki yerindən və onun aparılması zamanı müəllimin qarşıya qoyduğu məqsəddən asılı olaraq çox müxtəlif ola bilər.

Düzgün təşkil olunmuş bütün laboratoriya işləri şagirdlərə bacarıqların, müstəqilliyin, müşahidəçilik qabiliyyətinin inkişafına səbəb olur və onlar təcrübə aparmaq metodikasına yiyələnir, eksperiment qoymağa çalışır, cihaz, alət və reaktivlərdən istifadə etməyi öyrənirlər. Deməli laboratoriya işlərinin icrası zamanı şagirdlərin dərkətmə qabiliyyəti artır, onlarda axtarıclılıq meylləri güclənir [4, 9].

Müxtəlif illərdə fizika proqramlarına nəzər yetirsək görərik ki, orta məktəbdə bütün fizika proqramlarında eksperimentə dövrün tələbinə uyğun olaraq yer verilmişdir. Biz də məqalədə ardıcıl olaraq ayrı-ayrı illərdə fizika proqramlarında laboratoriya işlərinin nə dərəcədə əhəmiyyətli olduğuna qısa nəzər yetirmişik. Müqayisə üçün ilk olaraq biz 1950-1970-ci illərin tədris ilinin fizika proqramına nəzər salmışıq. Bu illərdə fizika proqramlarında laboratoriya işlərinin tədris prosesində böyük əhəmiyyəti olduğunu nəzərə alaraq hər bölmənin axırında həmin bölməyə aid nümayiş təcrübələri, laboratoriya işləri, fiziki praktikalar və ekskursiyalar öz əksini tapmışdır. Sonrakı 1980-2000-ci illərdə istifadə olunan fizika proqramları bir sıra üstünlükləri ilə fərqlənirdi. Proqramdakı üstün cəhət ondan ibarətdir ki, fizika fənninin əsas vəzifəsi olan cihaz və alətlərdən istifadə etmək, ölçmələrin nəticələrini ümumiləşdirmək və eksperimental məlumatlar əsasında nəticə çıxarmaq kimi

bacarıqları formalaşdırmaqla fizikaya və texnikaya şagirdlərdə şüurlu marağın meydana gəlməsinə səbəb olur. Digər tərəfdən elmi texniki tərəqqi XX əsrin birinci yarısının əvvəllərinə nisbətən sonlarında vüsət almış və geniş tətbiq sahəsi tapmışdır. Buna görə də elmi texniki tərəqqinin əsasını təşkil edən fizika elminin daha dərinə öyrənilməsi və onun tətbiq sahələrinin genişləndirilməsi zərurəti meydana çıxmış və nəticədə orta məktəbdə fizikanın öyrənilməsinə diqqət artmışdır. Bu səbəbdən də 1950-ci illərə nisbətən 1990-cı illərdə laboratoriya işləri üzrə ayrılan saatların miqdarı iki dəfə çox olmuşdur. Bu da bir növ fizikaya marağın artmağına səbəb olmuşdur [4, 6].

Hazırda dünyanın elə bir ölkəsi yoxdur ki, orada fizika proqramı eksperimenti əks etdirməsin. Bu cəhətdən İngiltərədə “Nofild” fondunun fizika proqramı layihəsi xüsusi ilə fərqlənir. Proqramda tədris müddətinin 50%-dən çox laboratoriya işlərinin icrası üçün nəzərdə tutulmuşdur. Bir çox inkişaf edən Avropa (Almaniya, Fransa, İtaliya) ölkələrində də fizika proqramlarında eksperimentdə münasibət demək olar ki, eyndir. Fizika eksperimentinin məzmunu elmi texniki tərəqqini şagirdlərin fizikaya marağının artmasının mühüm istiqamətini əhatə etməklə daha da təkmilləşdirilməsinə məqsədə uyğun hesab edilə bilər [4, 12].

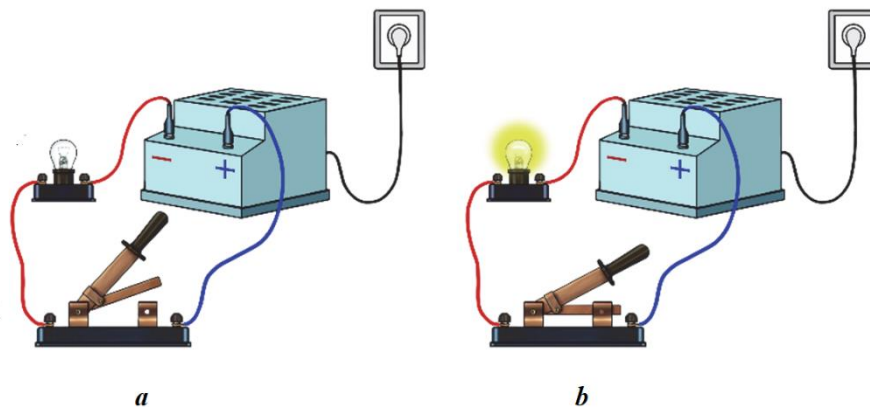
Son zamanlar kompüterləşdirilmiş laboratoriya işlərinin təşkilinə yönəlmiş proqram və aparat vasitələrinə maraq artmışdır. Fizika dərslərində istifadə olunan İKT vasitələrinə inteqrallaşdırılmış riyazi proqram paketlərini, qrafiklərin qurulmasını, riyazi vasitələrlə fiziki proseslərin modelləşdirilməsini göstərmək olar. Tədris prosesində interaktiv lövhə və virtual laborator proqramlarından istifadə edilməsi dərslərin əsas prinsiplərindən birini, onun əyanliliyini təmin edir. Elektron lövhənin sensorlu, yəni hissiyyatlı səthinə xüsusi qələmlə və ya barmaqla yavaşca toxunmaqla onun üzərində kompüterdə mümkün olan bütün əməliyyatları interaktiv rejimdə aparmaq olar. Elektron lövhə, kompüterə qoşulan mikroskop, skaner, rəqəmli fotoaparat, videokamera və s. qurğulardan alınan təsvirləri böyüdülmüş formada ekranda əks etdirir. Şagirdlər istənilən kimyəvi reaksiyanın, fiziki, bioloji, coğrafi proseslərin izahını virtual laboratoriya proqramı vasitəsi ilə izləyə bilərlər. Bu işə şagirdlərin nəzəri-metodoloji biliklərini, praktiki bacarıq və təcrübələrini inteqrasiya etməklə tədrisi xeyli canlandırır, şagirdlərin də yaradıcı yanaşma, düşünmə, tədris materialını dərinləndirən dərk etmə qabiliyyətini daha da artırır.

**Tədqiqat metodu.** Bu gün bütün dünyada məşhur olan "Crocodile Physics" adlı proqram haqqında məlumat verilir. Bu güclü virtual laborator proqramı, fiziki hadisələri modelləşdirməyə, "Elektrik və elektromaqnit", "Hərəkət və güc", "Optika" və s. mövzuları üzrə virtual sınaqlar aparmağa imkan yaradır. "Crocodile Physics" məktəbdə fizika dərslərini tədris edən müəllimlərin şagirdlərlə birgə bu günün tələbinə uyğun laboratoriya təcrübələrini aparmaq və lazım olan nəticəni əldə etmək üçün istifadə edilə biləcəkləri, olduqca faydalı və hazır nümunələrlə təmin olunmuş bir proqramdır. "Crocodile Physics" elektron laborator proqramının içində 46-dan çox hazır təcrübə nümunələri vardır ki, bu hazır gələn təcrübə nümunələri Beynəlxalq A-Level imtahan tədris planlarına uyğundur. Proqram yeni materialın müəllim tərəfindən izahını və ya interaktiv lövhədən istifadəylə mövzunu tam və dolğun şəkildə şagirdə mənimsətməyə imkan verir. Proqramda 50-dən çox mövzu və müxtəlif fiziki hadisələrin 150 modeli təqdim edilmişdir [8, 10, 11]. Proqramın tətbiqiylə təmin edilmiş əyanlilik materialın keyfiyyətli mənimsəməsinə imkan yaradır. Müxtəlif şəraitdə, müxtəlif cihazlarla və materiallarla bir neçə sınaq təcrübələri eyni zamanda aparmaq olar. Alınmış nəticələrin sonrakı müqayisəsi, dərslərin gedişatına, onların birlikdə müzakirəsi və təhlilində şərait yaradır.

Fiziki hadisələrin modelləşdirilməsi müstəqil qarşılıqlı əlaqələri fiziki hadisələri xarakterizə edən fiziki vahidlər arasında asılılıqları tədqiq etməyə mühit yaradır. Həmçinin qrafiklər şəklində bu asılılıqları təqdim edir. Qrafik asılılıqlarla iş daha çox dəqiq olur və alınmış asılılıqların təfərrüatı ilə izahı asan olur. Şagirdlər tərəfindən yaradılmış modelin yadda saxlanması və ya çap edilməsi mümkün olur. Proqram bölmələrlə işi tam ekran rejimində aparır. Bütün bölmələrdə "Fasilə" düymələri və "Yenidən başla" var. Əlavə istifadə üçün bütün elementlər "Elementlər" qovluğunda saxlanılır və nişanlar şəklində əks olunur.

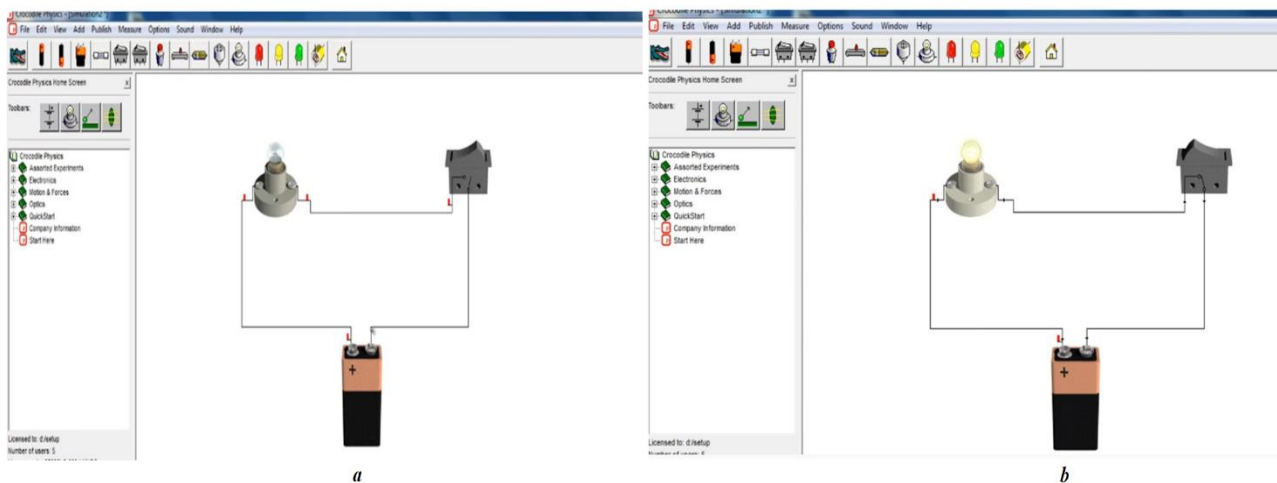
"Crocodile Physics" elektron laborator proqramından istifadə etməklə bir nümunəyə baxaq. Şagirdlər böyük maraqla elektrik dövrlərini necə quraşdırırlar? Bu suala cavab axtarmaq üçün ilk

olaraq sadə elektrik dövrəsi ilə tanış olaq. Elektrik dövrəsi müxtəlif elementlərdən ibarət ola bilər. Əvvəlcə şagirdlər məktəb kitabında olan ən sadə elektrik dövrəsi ilə tanış olurlar (şəkil 1). Şəkil 1 [5]-dən götürülmüşdür. Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, şəkildən də görsəndiyi kimi, sadə elektrik dövrəsi cərəyan mənbəyi, elektrik lampası, açar və birləşdirici naqillərdən ibarətdir.



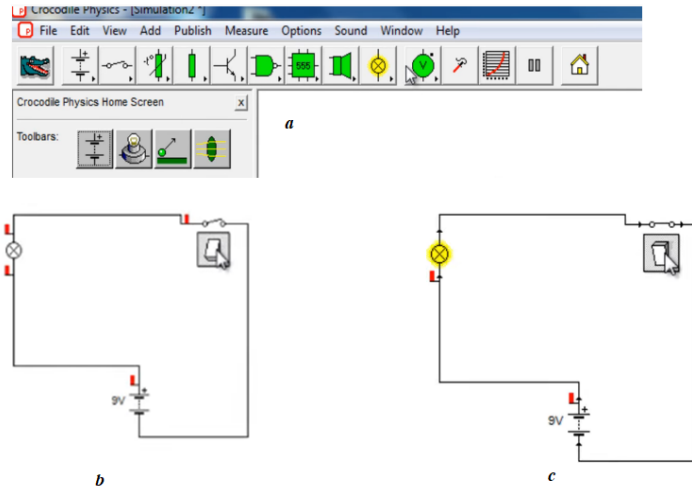
Şəkil 1. Dövrə açıq (a) və qapalı (b) olan halda

Sonra "Crocodile Physics" proqramından istifadə edərək yığdığımız ən sadə elektrik dövrəsinə baxaq (şəkil 2). Əvvəlcə proqramı işə salırıq. Həm real olaraq həm də proqramda açılan pəncərədə şagirdlərə bizə lazım olan elementlərin şərti işarələri ilə tanış edirik. Ən sadə elektrik dövrəsi batareyadan, söndürəndən (açar) və lampadan təşkil edilmişdir (elektrik ölçü cihazlarında əlavə edə bilərik). Dövrənin elementlərinin kopyalanmasının imkanı daha mürəkkəb dövrəni yığmağa və onları tədqiq etməyə icazə verir. Bundan sonra şagirdlər əsas elementlərlə tanış olurlar və şərti işarələrin köməyi ilə istənilən sxemləri qurmaq imkanı yaratmış olur. İnteraktiv lövhədə elektrik dövrəsinin ən sadə sxemini yığaq (şəkil 2).



Şəkil 2. Dövrə açıq (a) və qapalı (b) olan halda

Şagirdlərin bir hissəsinə interaktiv lövhədə virtual dövrəni yığmaq tapşırığı verilir və onlar tapşırığı yerinə yetirərək virtual dövrəni yığır. Proqramın üstün cəhətlərindən biri odur ki, proqram vasitəsilə həttə verilmiş gərginliyin ölçüsünü dəyişdirməyə icazə verir. Əgər proqram vasitəsilə verilmiş gərginlik artırmış olsaq onda element yanır. Yanmış elementi əvəz etmək olar, bunun üçün dövrəni açıb yanmış elementi "açar"-dan istifadə edərək bərpa olunur. Real dövrədə bunu etsək laboratoriya cihazların sıradan çıxara bilərik. Sınıfdə şagirdlərin digər yarısı isə müəllimin nəzarəti ilə yerlərində real cihazlardan istifadə edərək dövrəni yığır. Şəkil 3-də elementlərin sxemdə şərti işarələri və dövrə açıq və qapalı olanda sxemi göstərilib.



**Şəkil 3.** Proqramdan istifadə edəcəyimiz elementlər lövhəsi (a), dövrə açıq (b) və qapalı (c) olan halda

Təcrübənin sonunda şagirdlər real cihazlarla virtual sxem arasında heç bir fərq olmadığını aşkar formada öyrənmiş olurlar və dərsi daha dərinlən mənimsəmiş olurlar. Aydın ki, virtual elektrik dövrəsi real dövrənin quraşdırılmalarını əvəz etmir. Amma bu bacarıqlar sayəsində laboratoriya işlərində şagirdlər dövrəni çox tez və praktik olaraq səhsiz yığirlar.

**Nəticə.** İnformasiya texnologiyaları proqramlarının tərtibi, xüsusi ilə fizikadan laboratoriya və praktik işlərin sxem əsasında yığılması, cihaz və materialların, ölçmələrin, hesablamaların aparılması, xətlərin tapılması tədrisin effektivliyini artırır və fəal şagirdlərin laboratoriya işini qısa müddətdə icra edib, təhvil verilməsinə imkan yaradır. Bu proqramların tədris prosesində həyata keçirilməsi şagirdlərin fizika fənninə marağını artırır. Aydın ki, virtual laboratoriya işlər real laboratoriya işlərini əvəz etmir. Amma İKT-dən istifadə etməklə laboratoriya işlərinin aparılması çox tez olmaqla bərabər praktik olaraq səhsiz və təhlükəsiz olur.

### ƏDƏBİYYAT

1. Abdurazaqov R. R., Fizika. Elektron tədris vəsaitindən istifadə qaydaları üzrə metodik vəsait, II hissə. Bakı: 2007, 64 s.
2. Bəşirov M. M., Ümumi fizika kursu üzrə laboratoriya işləri: Mexanika və molekulyar fizika, LDU, 2016, 122 s.
3. İsmayılov İ. N., Fizikanın tədrisi metodikasının müasir problemləri. Bakı: 2016, 456 s
4. İsmayılov İ. N., Fizikanın tədrisində yeni informasiya texnologiyalarından istifadə (laboratoriya praktikumu). Bakı: ADPU, 2008, 170 s.
5. Murquzov M., Abdurazaqov R., Əliyev R., Əliyeva D., Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün Fizika fənni üzrə dərslik. Bakı: 2017, 200 s.
6. Murquzov M., Ələkbərov A., Həsənov O., Ümumi fizika kursu. Bakı: 2011, 322 s.
7. <https://azfizik.blogspot.com/2020/12/fizikann-tdrisind-ikt-dn-istifad-muasir.html?m=1>
8. <http://genderi.org/tedris-prosesinde-elektron-lovhelerden-ve.html?page=9>
9. <https://core.ac.uk/download/pdf/224977788.pdf>
10. <http://www.aertia.com/productos.asp?pid=328>
11. [https://www.researchgate.net/publication/47619677\\_Evaluation\\_of\\_the\\_Usability\\_of\\_Different\\_Virtual\\_Lab\\_Software\\_Used\\_in\\_Physics\\_Courses](https://www.researchgate.net/publication/47619677_Evaluation_of_the_Usability_of_Different_Virtual_Lab_Software_Used_in_Physics_Courses)
12. <http://sdu-sdtk.edu.az/wp-content/uploads/2020/04/fizikanin-tedrisinde-muasir-texnologiyalarin-tetbiqi.pdf>

NİZAMİ MƏMMƏDOV

nizamicalil@mail.ru

QALIB AĞAYEV

qalibagayev@gmail.com

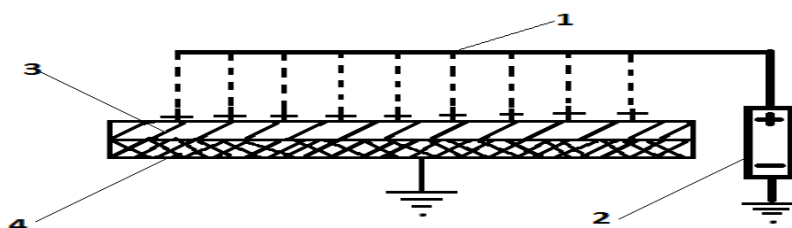
Azərbaycan Dövlət Aqrar Universiteti

İSMAYIL İSMAYILOV

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti

## ELEKTROFOTOQRAFİK TƏBƏQƏLƏRDƏ TACŞƏKİLLİ BOŞALMA İLƏ YÜKLƏNMİŞ GİZLİ ELEKTROSTATİK RELYEFİN YARANMA MEXANİZMİ

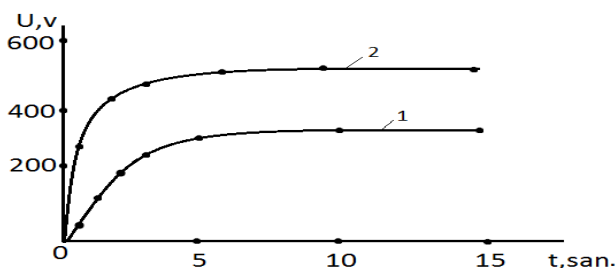
Elektrofotografik təbəqələr toz halına salınmış yüksəkmüqavimətli, spektrin görünən odlastında işığa həssas, laylı struktura malik CdInGaS<sub>4</sub> kristalları, şəffaf birləşdirici mühitdə qarışdırılaraq, az müqavimətli metal və ya kağız üzərinə nazik təbəqə şəklində çəkilir, qurudulur və elektrizatorla yükləndirilir (Şəkil 1).



Şəkil 1. Yükləyici elektrizatorun sxemi

- 1- Tacşəkilli boşalma verən generatora birləşdirilən 15-20 mkm diamerli məftil,
- 2- 2-yüksəkvoltlu generator, 3-elektrofotografik təbəqə, 4- metallik və ya kağız altlıq

Metodun mahiyyəti aşağıdakı kimidir: elektrofotografik təbəqənin səthinə müsbət və ya mənfi ionlar oturdulur. Yüklənmə zamanı təbəqənin əsasını təşkil edən, qaranlıqda yüksək müqavimətə malik yarımkeçiricidə elektrik sahəsi yaranır ki, bu da öz növbəsində elektrofotografik təbəqədə müəyyən potensiala qədər yüklənməni təmin edir və beləliklə tədqiq olunan elektrofotografik təbəqə həssaslıq qazanır. Şəkil- 2 də müxtəlif birləşdirici mühitlərdə hazırlanmış elektrofotografik təbəqələrin potensialının yüklənmə müddətindən asılılığı verilmişdir. Göründüyü kimi, elektrofotografik təbəqənin maksimal potensialı çox qısa müddətdə formalaşır və sonra doyma baş verir. Yüklənmə potensialını və qaranlıqda yarımdüşmə potensialını artırmaq üçün yarımkeçiricini toz halına salarkən, quru halda akseptor maddəsindən istifadə olunur.

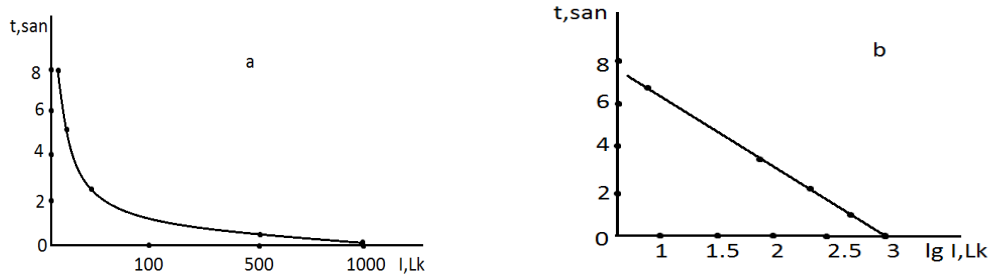


Şəkil-2. Elektrofotografik təbəqələrin potensialının yüklənmə zamanından asılılığı:

1-birləşdirici mühit PVA, 2-smola K -55

Yüklənmiş elektrofotografik təbəqəyə yarımkeçiricinin fətohəssaslığı intervalında olan işıqla hər hansı şəklə və ya yazının proyeksiyasını yüklənmiş təbəqənin səthinə yönəldildikdə təbəqənin

daxilində “gizli” elektrostatik sahə formalaşdırılır. Elektrofotografik təbəqənin əsas xarakteristik parametri yüklənmiş potensialının işıqlanmada yarım düşmə müddətinin, yəni işıqlanmanın təsiri ilə potensialın yarıya qədər düşmə müddətinin işıqlanmadan asılılığıdır. <sup>(2)</sup>Əgər CdInGaS<sub>4</sub> əsasında hazırlanan elektrofotografik təbəqə yükləndikdən sonra ona işıqla təsir etsək, təbəqənin səthində gizli elektrostatik mənzərə və bəzən “potensial relyef” adlanan mənzərə yaranır. Elektrostatik mənzerənin yaranmasının mexanizmi elektrik yüklənməsi, qaranlıqda və işıqlanmada yarımkeçiricidə gedən proseslərdir. Tədqiqatlar göstərmişdir ki, işıqlanmada potensialın yarım düşmə müddəti elektrofotografik təbəqənin tərkibindən və düşən işığın intensivliyindən asılıdır. Şəkil 3-də işıqlanmada yarım düşmə müddətinin işığın intensivliyindən asılılığı verilmişdir.



**Şəkil-3.** *İşıqlanmada yarım düşmə müddətinin işığın intensivliyindən asılılığı:  
a) adi miqyasda, b) yarımloqarifmik miqyasda*

<sup>(4)</sup> Elektrostatik sahənin qaranlıqda keyfiyyətini saxlamaq və uzun müddət qalmasını təmin etmək üçün elektrofotografik təbəqələrin əsasını təşkil edən yüksəkmüqavimətli yarımkeçirici materialın fotoelektr halında olması vacib məsələdir. Şəkil-2 dən görünür ki, CdInGaS<sub>4</sub> kristalları əsasında hazırlanan elektrofotografik təbəqənin tam yüklənməsi 2-3 saniyə ərzində baş verir və sonra “doyma” müşahidə olunur. Qeyd edək ki, CdInGaS<sub>4</sub> maddəsinin fotoelektr halında olması və elektrofotografik təbəqənin əsasının azmüqavimətli olması, keyfiyyətli potensial relyef almaq üçün əsas şərtidir. <sup>(1)</sup>Tədqiq olunan elektrofotografik təbəqələrin əsasını təşkil edən, qaranlıq müqaviməti böyük, görünən oblastda işığa həssas CdInGaS<sub>4</sub> yarımkeçirici monokristalının işıq səviyyələrinin tədqiqi göstərmişdir ki, yarımkeçirici kristalın qadağan zonasında boş dayaz səviyyələr mövcuddur ki, təbəqələrin tacşəkilli boşalma vasitəsi ilə yüklənmə zamanı sərbəst yükdaşıyıcılar nisbətən dərin səviyyələrdə lokallaşır və əgər səviyyələrin konsentrasiyası səthi yükləri ekranlaşdırma bilirsə, onda potensialın azalma sürəti böyük olur (2). Həcmi yüklərin varlığı, yükdaşıyıcıların bu səviyyələrdən termik azad olunaraq səthi yükləri rekombinasiya etməsinə və beləliklə də səth potensialının azalmasına səbəb olur. Beləliklə, elektrofotografik təbəqədə gizli elektrostatik potensial və ya potensial relyef formalaşır.

## ƏDƏBİYYAT

1. Г.Б. Абдуллаев, 1977, Э. Ю. Салаев, Н. Д. Мамедов, Исследование электронных ловушек в монокристаллах CdInGaS<sub>4</sub>, Физика и техника полупроводников Т.11, Ленинград.
2. N.C.Məmmədov, E.İ.Məmmədova, 2012 Mürəkkəb yarımkeçiricilərin əsasında hazırlanmış elektrofotografik təbəqələrin işığa həssaslığının spektral asılılığının tədqiqi. Fundamental və tətbiqi elmlərin innovasiyaları, Gəncə.
3. N.C.Məmmədov, E.İ.Məmmədova, 2013 CdInGaS<sub>4</sub> əsasında hazırlanmış elektrofotografik təbəqələrdə fotoelektr halı. Akademik B.M. Əsgərovun 80 illik yubileyinə həsr olunmuş “Fizikanın aktual problemləri” Beynəlxalq elmi konfransın materialları, Bakı.
4. Nizami Mamedov, İsmail ismailov, Elara Mamedova, 2019, CdInGaS<sub>4</sub> bazında hazırlanmış elektrofotografik tabakalarda potansiyel relyefin oluşma mexanizmi, Giresun (Türkiyə).

NURİDƏ ƏKBƏROVA

*nurida.akbarova@yahoo.com*

XURAMAN MƏMMƏDOVA

*memmedovaxuraman13@gmail.com*

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## MOLEKULLAR ARASI QARŞILIQLI TƏSİR QÜVVƏLƏRİ

Atomda nüvə ətrafındakı elektronları müxtəlif adlı yüklərin Kulon cazibə qüvvələri saxlayır. Molekullar atomlardan təşkil olunurlar. Molekulda atomları birlikdə saxlayan qüvvələr öz təbiətləri etibarilə elektrikdir. Molekullar arası cazibə qarşılıqlı təsiri aşağıdakı kimidir: 1) İon-induksiyalanmış (iki qütblü) qarşılıqlı təsiri; 2) İon-dipol qarşılıqlı təsiri; 3) Van-der-Vaals qüvvələri.

İon əlaqəsi zamanı ionlar arası Kulon cazibə qüvvəsi təsir edir ki, bu da molekulun əmələ gəməsinə səbəb olur.  $\text{Na}^+\text{Cl}^-$  ionlarının cazibə potensial enerjisi

$$E_p(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_0} \quad (1)$$

Burada,  $r_0$  – tarazlıq halında ionlar arası məsafədir. Bu enerji ilə yanaşı, ionlar bir-birinə çox yaxınlaşdıqda, onlar arasında dəf qüvvəsi ilə bağlı “müsbət” enerji də olur. Çünki onlar bir-birinə nüfuz edə bilməzlər. Bu qüvvələr yalnız ionlar arasındakı kiçik məsafələrdə böyük olur və məsafənin artması ilə sürətlə kiçilir. İonların qarşılıqlı təsirinin tam enerjisinə onların əlavəsi kiçikdir və təqribən onun ümumi qiymətinin 10%-ni ötmür. Buna görə, (1)-dən NaCl molekulunun dissosiasiya enerjisi üçün kəmiyyətin dəqiqlik tərtibinin qiymətini ( $\epsilon = 1$  olduqda) aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\Delta E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \quad (2)$$

Qaz halında  $r_0 = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ,  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ m/F}$ , elektronun yükü  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Kl}$ .

Onda (2)-dən  $\Delta E = 9 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  alırıq ki, bu da 5% dəqiqliklə eksperimentin üzərinə düşür. Fiziki baxımdan, ion əlaqəsi – ionlar arasında elektronun yükünün tam misilləri qədər, yükün tam mübadiləsi ilə səciyyələnir. Qismən mübadilə zamanı kovalent rabitə yaranır.

Əgər iki eyni “müsbət” yük arasında ortada bir “mənfi” yük yerləşdirilərsə, onda bu “müsbət” yüklər arasında yaranan cazibə qüvvəsi əvvəlki mövcud olan dəf qüvvəsindən böyük olur. Belə rabitə kovalent rabitə adlanır.

Dipol – yük ilə yüklər arasındakı məsafənin hasilinə bərabər olan elektrik momenti ilə səciyyələnir. Dipol ətrafındakı fəzada öz yükləri ilə şərtlənən elektrik sahəsi yaranır. Aydın ki, bu sahənin intensivliyi sıfıra bərabər deyil. Çünki fəzanın nöqtələrindən dipolun yüklərinə qədər məsafələr müxtəlifdir və nəticədə, dipolun əks yüklərinin sahələri bir-birini tarazlaşdırmır. Digər tərəfdən, dipolun yerləşdiyi xarici sahə bircinsli olmadıqda, bu sahə tərəfindən dipola qüvvə təsir edir.

Dipol-dipol qarşılıqlı təsiri molekullar arasında qalıcı dipollar arasındakı elektrostatik qarşılıqlı təsirdir. Bu qarşılıqlı təsirlər cazibə qüvvəsini artırmaq üçün molekulları sıralamağa meyillidirlər (potensial enerji azalır). Dipol-dipol qarşılıqlı təsirinə misal olaraq, hidrogen-xloridi (HCl) göstərmək olar: polyar molekulun müsbət sonu digər molekulun mənfi sonunu cəzb edir. Polyar molekullar arasında təmiz cazibə qüvvələri təsir göstərir. Polyar molekullara misal olaraq, hidrogen xloridi (HCl) və xloroformu ( $\text{CHCl}_3$ ) göstərmək olar.

Bəzən molekullar dipolyar qruplardan ibarət olur, lakin yekun dipol momentinə malik olmur. Bu zaman molekul içində bir simmetriya olduğundan, dipolların bir-birini yox etməsinə səbəb olur. Tetraxlorometan və karbon dioksid də bu cür molekullardandır. İki ayrı atom arasında dipol-dipol qarşılıqlı təsiri sıfır olur, çünki atomlar nadir hallarda daimi bir dipola sahib olurlar.

İon-dipol və ion-induksiyalanmış dipol qüvvələri, dipol-dipol və induksiyalanmış dipol qarşılıqlı təsirləri eynidir, lakin sadəcə polyar və qeyri-polyar molekullar yerinə ionlar daxildir. İon-dipol və ion-induksiyalanmış dipol qüvvələri dipol-dipol qarşılıqlı təsirlərindən daha güclüdür, çünki hər hansı bir ionun yükü bir dipol momentinin yükündən daha böyükdür. İon-dipol rabitəsi hidrogen



rabitəsindən daha güclüdür. Bir ion-dipol qüvvəsi bir ion və bir polyar molekulun qarşılıqlı təsiridir. Maksimum cazibə üçün pozitiv və neqativ qruplar yan-yana gəlir. Bir ion-induksiyalanmış dipol qüvvəsi bir ion və qeyri-polyar (polyar olmayan molekul) bir molekulun qarşılıqlı təsirindən baş verir. Dipol-induksiyalanmış dipol qüvvəsi kimi, ion yükü qeyri-polyar molekulun elektron buludunun pozulmasına səbəb olur.

Hidrogen rabitəsi elektromənfı bir atomun cütləşməmiş elektronları və azot, oksigen və florun atomuna bağlı bir hidrogen atomu arasındakı rabitədir. H rabitəsi əslində güclü bir elektrostatik dipol-dipol qarşılıqlı təsiridir. Lakin kovalent rabitənin bəzi xüsusiyyətlərini daşıyır, istiqamətlidir, Van-der-Vaals qarşılıqlı təsirindən güclüdür. Hidrogen rabitəsinin molekullar arasında əmələ gəlməsinə baxmayaraq, o bir çox hallarda molekul daxilində də yaranır.

Molekullar arası hidrogen rabitəsi, H rabitəsinə sahib olmayan digər qrup 16 hidridləri ilə qarşılaşdırıldığında suyun nə üçün (100°C) temperaturda qaynadığını göstərir. Molekul daxili oksigen hidrogen rabitəsi, proteinlərin və nuklein turşularının ikinci, üçüncü, dördüncü strukturlarından asılıdır. Həmçinin, sintetik və təbii polimerlərin quruluşunda da önəmli rol oynayır.

Van-der-Vaals molekullar arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələrinin səciyyəsinə əsaslanaraq, buxar və maye fazaları arasındakı keçidin kəsilməz olduğunu sübut etmiş, mayelər üçün real qazların tənliyini vermişdir.

Molekullar arasındakı qüvvələr molekulun  $d$  diametrindən böyük məsafələrdə cazibə, kiçik məsafələrdə dəf etmə səciyyəlidir. Molekullar arası məsafə böyüdükcə, Van-der-Vaals qüvvələri kəskin azalır. Bu qüvvələr ilk dəfə Van-der-Vaals tənliyində nəzərə alındığı üçün Van-der-Vaals qüvvələri adlanır.

Van-der-Vaals qüvvələri yüksüz atom və ya molekullar arasındakı qarşılıqlı təsirdir. Bu qüvvələr həmçinin, qazların fiziki adsorbsiyası kimi hadisələrə səbəb olur, lakin böyük miqyaslı həcmələr arası universal cazibə qüvvəsidir.

Molekullar arasında nisbətən böyük məsafələrdə təsir edən cazibə qüvvələrinə Van-der-Vaals qüvvələri deyilir. Bu qüvvələr ona görə yaranır ki, neytral molekularda “müsbət” və “mənfı” yüklərin azacıq yerdəyişməsində elektrik münasibətincə onlar neytrallıqlarını dayandırır, dipollara çevrilirlər.

Molekullar arası qüvvələr qısa məsafələrdə itələmə, uzaq məsafələrdə isə cazibə xarakterlidir. Bir qazda itələmə qüvvəsi əsas olaraq eyni həcmi örtən iki molekulun tutulması təsirinə sahibdir. Eyni temperatur və təzyiqdə real qaz ideal qazdan daha çox həcm tutmağa meyllidir. Cazibə qüvvələri molekulaları bir yerdə saxlayır və daha kiçik həcm tutması üçün ideal bir qazdan real qaza doğru bir meyl göstərir. Qazlarda molekullar arası məsafə böyükdür, bu səbəbdən molekullar arası qüvvələr daha zəif təsir göstərir. İtələmə qüvvəsi cazibə qüvvəsini üstələyə bilmir, lakin molekulaların istilik enerjisi cazibə qüvvəsini üstələyə bilər. Temperatur istilik enerjisinin ölçüsüdür, beləliklə, artan temperatur cazibə qüvvəsinin təsirini azaldır. Buna zidd olaraq, itələmə qüvvəsinin təsiri özəlliklə temperaturdan asılı deyil. Öz kütləsini artırmaq üçün bir qaz sıxışdırıldığında, cazibə qüvvəsinin təsiri artır. Əgər bir qaz yetərincə sıx isə, molekullar yayılsın deyə qarşılıqlı təsirlər istilik hərəkətini üstələmək üçün arta bilər. Həmçinin, bir qaz qatı və ya maye yaratmaq üçün sıxlaşdırıla bilər. Aşağı temperatur sıxlaşdırma fazasının meydana gəlməsinə səbəb olur. Cazibə və itələmə qüvvələri arasında sıx bir fazada balans vardır.

## ƏDƏBİYYAT

1. Niftalı Qocayev. Ümumi fizika kursu. II cild, Bakı: 2008
2. A.Abbasadə. Molekulyar fizika və istilik. Bakı: 1967
3. A.N.Matveyev. Molekulyar fizika. 1981
4. F.A.Əhmədov. Mexanika və molekulyar fizika. 2006

## **İNFORMASIYA TEXNOLOGİYALARININ EFEKTİV TƏTBİQİ ƏSASINDA FİZİKA DƏRSLƏRİNİN TƏDRİSİ PROSESİNİN OPTİMALLAŞDIRILMASI**

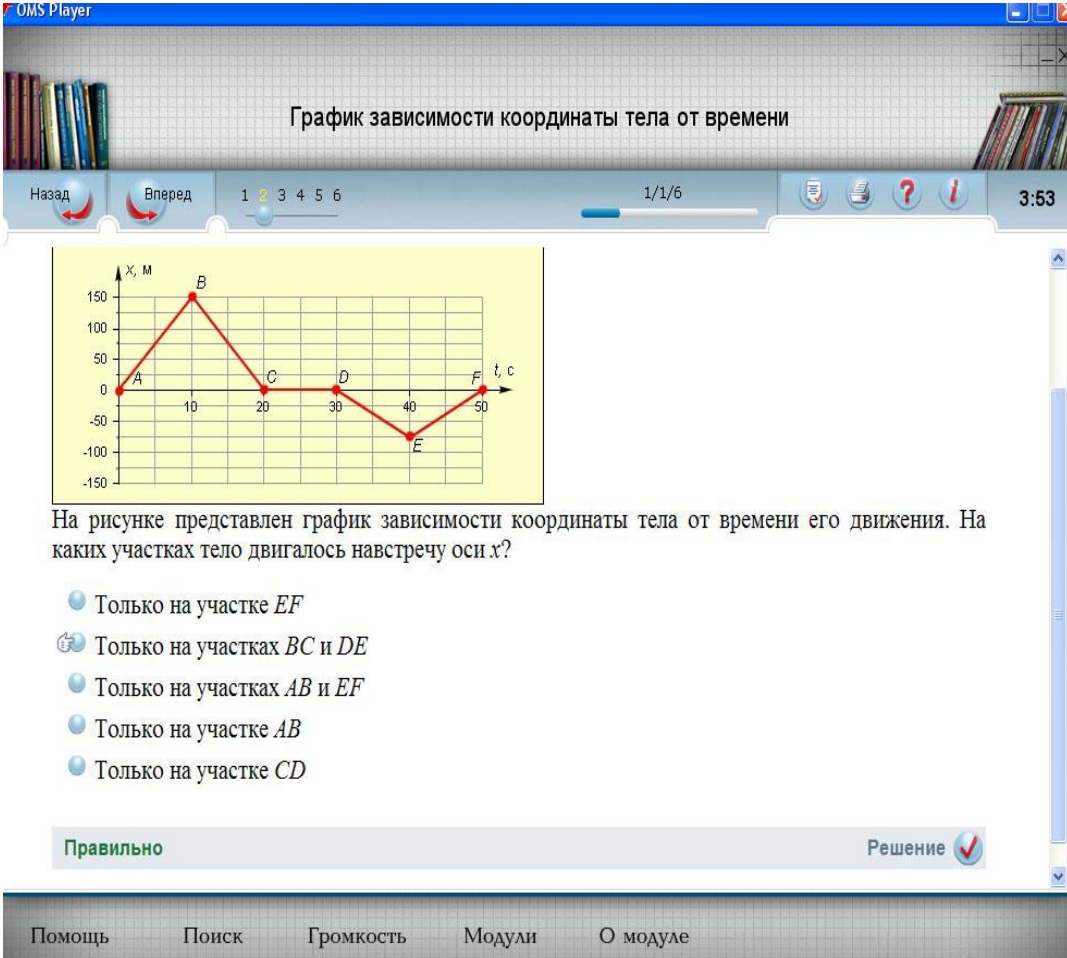
Hal – hazırda informasiya texnologiyaların orta məktəbdə fizika dərslərini keçin zaman effektiv tədbiqi tədris prosesinin optimallaşmasıyla sıx bağlıdır. Kompüter texnologiyalarını tədbiq etməklə qurulan yeni informasiya texnologiyalarının mənimsənilməsi və onun bütün imkanlarından istifadə etməklə, ölkənin təhsil sistemini səmərəli təşkil etmək və beynəlxalq informasiya şəbəkəsi vasitəsilə dünya ölkələrinin təhsil müəssisələri ilə mütəşəkkil əlaqələrin yaradılması prosesi gedir: Ümumtəhsil məktəblərini müasir tipli kompüter avadanlığı ilə təhciz etmək, ümumtəhsil məktəblərin müəllimlərinin, inzibati və texniki işçilərin öz fəaliyyət sahələrində yeni informasiya və kommunikasiya texnologiyalarından istifadə etmək; Təhsil informasiya və kommunikasiya texnologiyalarından istifadə üzrə normativ və metodiki bazanı inkişaf etdirmək; Tədris prosesində Azərbaycan dilində istifadə olunan müasir elektron tədris materiallarının, elektron dərsliklərin, elektron kitabxanaların, rəqəmli tədris vasitələrini işləyib hazırlamaq, yaymaq və tədbiq etmək; Təhsil sisteminin informasiya infrastrukturunu yaratmaq; İnformasiya texnologiyası əsasında müasir təhsilin metodologiyasını işləyib hazırlamaq; İnformasiyalaşdırma prosesinin elmi metodiki təminatına nail olmaq; Cəmiyyətin müxtəlif təbəqələri üçün məsafədən təhsil xidmətini təşkil etmək; Təhsil saytları yaratmaq; Azərbaycan dilində olan tədris nəşrlərində və elmi metodiki nəşrlərdə informasiya və kommunikasiya texnologiyaları sahəsi üzrə terminologiyaları hazırlamaq mərhələsi davam edir.

Fizikanın tədrisində kompüter texnologiyalarının aşağıdakı imkanları var:

- fiziki proses və hadisələri, fiziki anlayış, qanun, quruluş, sxem və xassələri təbii şəkildə istənilən anda illüstrasiya edə bilməsi;
- fiziki proses və hadisələri, fiziki anlayış, qanun, quruluş, sxem və xassələri təbii şəkildə istənilən anda vizuallaşdırma bilməsi;
- virtual laboratoriya işlərinin aparılma bilməsi;
- animasiyaları qurmaq və illüstrasiya etmək imkanının olması; - öyrənməyi öyrətmək; - az vaxt ərzində əyaniliyi təmin etməklə daha çox informasiyanı çatdırma bilməsi;
- müxtəlif mövzulara eyni vaxtda müraciət edilə bilməsi
- təlim prosesində operativliyin təmin edilməsi; - şagirdlərin maraqlarına uyğun olaraq diqqəti cəlb edən fraqmentlərdən istifadə edə bilməsi;
- istənilən vaxt cavabı yoxlamaq üçün testlərdən istifadə edilməsi; - testlərə verilən cavabı qiymətləndirə bilməsi;
- düz və tərs məsələlər metodundan istifadə; - tədris materiallarını seçməklə uyğun şəkildə komplektləşdirilə bilməsi;
- məşğələdə vəziyyətdən asılı olaraq problem situasiyaqdan istifadə edilə bilməsi;
- ümumiləşdirmə və analogoyadan istifadə edə bilməsi və analogiyalar qurmasına imkan verməsi
- fiziki hadisə və prosesləri modelləşdirə bilməsi; - müasir texnologiyalara şagirdlərdə marağın oyanması

Bütün bunların həyata keçməsi aydındır ki, müasir kompüter texnologiyası ilə bağlıdır. Biz deyilənləri əsas götürərək aşağıdakı tədqiqatımızda hazırlanmış aşağıdakı resursları sizin diqqətinizə təqdim edirik. Üföqlə bucaq altında atılmış cismin hərəkəti” mövzusunun tədrisi prosesində kompyuter texnologiyalarından geniş istifadə etmək mümkündür. Laboratoriya işlərinin virtual aparılması bu baxımdan geniş imkanlara malikdir. Üföqlə bucaq altında atılmış cismin hərəkətini

öyrənməyə imkan verən virtual kompüter modelindən istifadə qaydaları: Modelin sol yuxarı küncündə verilənlərin daxil edilməsi üçün pəncərələr yerləşdirilmişdir (şəkil 1). Mausun göstəricisini həmin pəncərədə yerləşdirməklə həmin fiziki kəmiyyəti daxil etmək mümkündür. Modelin sağ yuxarı küncündə isə qravitasiya sahəsinin intensivliyini daxil etmək üçün pəncərə yerləşdirilmişdir. Üfiqlə bucaq altında atılmış cismin hərəkətini öyrənməyə imkan verən virtual kompüter modeli aşağıdakı imkanlara: başlangıç verilənləri daxil etmək və prosesi idarə etmək imkanına malikdir: - Cismin  $Y_0$  başlangıç koordinatını - Üfiqlə atəş bucağının daxil edilməsi - Sərbəstdüşmə təcilinin daxil edilməsi - Cismin sürəti - Hadisənin davam etmə sürətinin idarə olunması - əvvəlki trayektoriyaların saxlanması və ya silinməsi Kompüter modeli ilə işin sonunda alına biləcək əyani nəticələr: - Cismin hərəkət trayektoriyası - Cismin  $Y$  (şaquli) koordinatının dəyişən qiyməti və son qiyməti - Cismin  $X$  (üfiqi) koordinatının dəyişən və son qiyməti - Cismin müxtəlif hərəkət trayektoriyaların müqayisəsi - Cismin ayrılıqda götürülmüş trayektoriyaların öyrənilməsi Hadisənin sürətinin idarə düyməsi düyməsi ilə hadisənin davam etmə müddətini maksimal və ya minimal sürətlə idarə etməyə imkan verir. Bu dərslərin gedişində cismin hərəkətinin analizinə, onun öyrənilməsinə imkan verir. Məqsəduyğun olarkı, dərslərin ilk 3-4 dəqiqəsini şagirdlər müstəqil olaraq kompüter modeli ilə işləsinlər və ya əvvəlcədən resurs haqqında məlumat verərək şagirdlərin onun ümumi xassələrinin mənimsənilməsinə nail olmaq olar. Bu daha yaxşı effekt verir. Beləki şagirdlər düymələri müstəqil idarə edərək onların müəyyən xassələrini müstəqil olaraq mənimsəyirlər. Laboratoriya işinə başlamamışdan əvvəl düymələrin xassələrini soruşaraq dəqiqləşmələr aparmaq və işə hazır olma dərəcəsini müəyyən etmək lazımdır.



The screenshot shows a software interface titled "OMS Player" with a grid background. The main window displays a graph titled "График зависимости координаты тела от времени" (Graph of the dependence of the body's coordinate on time). The graph plots coordinate  $x$  in meters (m) on the vertical axis (ranging from -150 to 150) against time  $t$  in seconds (s) on the horizontal axis (ranging from 0 to 50). The graph consists of several segments: a line from point A(0,0) to B(10,150), a horizontal line from B(10,150) to C(20,150), a horizontal line from C(20,150) to D(30,150), a line from D(30,150) to E(40,-100), and a line from E(40,-100) to F(50,0).

Below the graph, a question is posed: "На рисунке представлен график зависимости координаты тела от времени его движения. На каких участках тело двигалось навстречу оси  $x$ ?" (The graph shows the dependence of the body's coordinate on time of its motion. On which sections did the body move towards the  $x$  axis?).







Five radio button options are provided:

- Только на участке  $EF$
- Только на участках  $BC$  и  $DE$
- Только на участках  $AB$  и  $EF$
- Только на участке  $AB$
- Только на участке  $CD$

The interface shows a "Правильно" (Correct) message and a "Решение" (Solution) button with a checkmark icon. At the bottom, there are navigation buttons: "Помощь" (Help), "Поиск" (Search), "Громкость" (Volume), "Модули" (Modules), and "О модуле" (About module).

1. İnternet vasitəsi ilə verilmiş Azerbaijan Educational Resources ONLİNE - "Azərbaycan onlayn təhsil resursları" saytına <http://edu.ace-az.org/website/index.php> ünvanından daxil olun;
2. Açılmış səhifədə sol menuda göstəricini "physics" üzərinə gətirin (şəkil 1 )
3. Mausun düyməsini bir dəfə sıxıb buraxın;
4. Açılmış səhifədə (şəkil 2) description sütununda 4-cü sırada yerləşmiş "Üfiqi atılmış cismin hərəkəti" sətirində göstəricini "Download" sözü üzərinə gətirin;
5. Mausun düyməni bir dəfə sıxıb buraxın;
6. Yeni açılmış səhifədə resursu kompüterinizə köçürmək üçün göstəricini "saxla" ("сохранить") sözü üzərinə gətirin;
7. Göstəricisini bir dəfə sıxıb buraxın;
8. Resursu yerləşdirmək üçün sidən müraciət tələb olunacaqdır. Əgər "saxla" ("сохранить") sözü üzərinə gətirib bir dəfə sıxıb buraxsanız resurs işçi srol üzərinə köçürüləcəkdir;
9. Resursu istədiyiniz ünvanı yerləşdirmək istəyirsinizsə, göstəricini ünvanlar üzərinə gətirin (Şəkil3);
10. Göstəricisini bir dəfə sıxıb buraxın;
11. İstədiyiniz qovluğunu seçib resursun yerləşdirilməsi üçün "saxla" ("сохранить") sözü üzərinə gətirin;
12. Göstəricini bir dəfə sıxıb buraxın;
13. Resursu aktiv hala gətirmək üçün göstəricini "icra et"- "выполнить" düyməsi üzərinə gətirin;
14. Göstəricisini bir dəfə sıxıb buraxın;
15. Resurs aktiv hala gəlmişdir. (Şəkil ) Resurs göstərdiyiniz ünvanı aşağıdakı kimi qeydə düşəcəkdir;
16. Göstəricini "başlanğıc Y koordinatı" sözü qarşısındakı pəncərəyə gətirin 17. düyməni bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın);
18. Klaviaturadan şaquli koordinatı daxil edin (məsələn 40);
19. Göstəricini "bucaq" sözü qarşısındakı pəncərəyə gətirin;
20. Mausun düyməsini bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın);
21. Atəş sürətinin üfiqlə əmələ gətirdiyi bucağı dərəcə ilə daxil edin (məsələn 45)
22. Göstəricini "Sürət" sözü qarşısındakı pəncərəyə gətirin;
23. Mausun düyməsini bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın);
24. Klaviaturadan cismin başlanğıc sürətini daxil edin (məsələn 30);
25. Göstəricisini "hadisənin sürətini seç" sözləri altında olan sürüşən düymə üzərinə gətirin;
26. Mausun düyməsini sıxın və sıxılmış vəziyyətdə saxlayaraq hadisənin sürətini seçin;
27. Düyməni buraxın;
28. Hərəkəti virtual izləmək üçün göstəricini "başla" düyməsini üzərinə gətirin;
29. Düyməni bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın) (Şəkil 1);
30. Veni verilənlər daxil etmək üçün 16-29 əməliyyatlarını yenidən təkrar edin.  
Dərsdə "Üfüqlə bucaq altında atılmış cismin hərəkəti" mövzusunun tədrisi prosesi sxemini aşağıdakı kimi qurmaq məqsədauyğun hesab olunur:
  1. Ağırliq qüvvəsinin təsiri altında şaquli istiqamətdə hərəkət mövzusunun təkrarlayırığı;
  2. Üfüqi atılmış cismin hərəkəti tədqiq olunur. Bu zaman "Fizika Sizin üçün" <http://www.phys-for-you.narod.ru/> internet resursundan istifadə olunur;
  3. Nəzəri suallar cavablandırıldıqdan sonra model şagirdlərə təklif olunur;
  4. Yuxarıda verilən ardıcılıqla işin icrası təklif edilir;
  5. Nəticələrin sinif dəftərinə yazılması diqqətdə saxlanılır;
  6. Qrupların nəticələri müqayisə olunur. [www.interferensiya.narod.ru](http://www.interferensiya.narod.ru) saytı. Saytda işığın dalğa xassələrindən – interferensiya və difraksiya, onun yaranma şərtləri, müxtəlif dalğa uzunluqları üçün iki yarıqdan interferensiya və difraksiyanın alınması mənzərələri JPG formatlı rəsmlərlə verilmiş, interaktivlik təmin olunmuşdur.

График зависимости координаты тела от времени

№	Тип	Название сцены	Время выполнения	Число попыток	Результат	Количество очков
1		Определение направления движения тела по графику	0:26	1	✗	0 из 1
2		Определение направления движения тела по графику	0:06	1	✓	1 из 1
3		Определение максимальной скорости тела по графику	0:05	1	✗	0 из 1
4		Определение максимальной скорости тела по графику	0:05	1	✓	1 из 1
5		Определение перемещения и скорости по графику	0:04	1	✗	0 из 1
6		Сравнение скоростей по графику	0:04	1	✗	0 из 1

Помощь    Поиск    Громкость    Модули    О модуле

Yarıqların enini 1,5 mm, 2 mm və 2,5 mm olmaqla dəyişmək imkanı yaradılmış, hər bir hal üçün dalga uzunluğu 400 nm-dən 750 nm- dək hər dəfə 50 nm dəyişməklə görünən işığın interferensiya və difraksiya mənzərəsini müqayisə etmək mümkündür. [www.interferensiya.narod.ru](http://www.interferensiya.narod.ru) saytıdan istifadə etməklə dərsin aparılması metodikasını veririk:

1. İnternet vasitəsi ilə verilmiş [www.interferensiya.narod.ru](http://www.interferensiya.narod.ru) sayta daxil olun;
2. Açılmış səhifədə mətni oxuyun, yarıqlar arasındakı məsafəni dəyişmək üçün mausun göstəricisini "məsafəni" sözünün üzərinə gətirin;
3. düyməni bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın);
4. Yarıqlar arasındakı verilmiş məsafə variantlarından birini seçmək üçün göstəricisini rəqəmlərdən biri üzərinə gətirin ;
5. Mausun düyməni bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın);
6. Yeni açılmış səhifədə verilmiş məsafə üçün müxtəlif dalga uzunluqlarının interferensiyasını müşahidə etmək mümkündür. Bunun üçün rənglərdən biri üzərində göstəricisini gətirib düyməni sıxın
7. Göstəricisini bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın);
8. Dalga uzunluqlarını 400 nm-dən 750 nm-dək hər dəfə 50 nm dəyişməklə hər dəfə dalga uzunluğunu və alınan maksimumların sayını qeyd edin. -9. Mausu göstəricisini digər rəngin üzərinə gətirin;
10. Göstəricisini bir dəfə sıxıb buraxın (tıklayın);
11. Eyni əməliyyatı digər rənglərlə təkrar edin və hər dəfə dalga uzunluğunu və alınan maksimumların sayını qeyd edin;
12. Mausun göstəricisini digər yarıqlar arasındakı məsafəni göstərən rəqəm üzərinə gətirərək təcrübəni təkrar edin;
13. Müxtəlif məsafələr üçün maksimumların sayını müqayisə edin;
14. Maus "ev" şəkli üzərinə gətirməklə ilk səhifəyə qayıdın.

Müasir dövrdə hər bir mütəxəssis peşə hazırlığında kompüter texnologiyalarına yiyələnməli və fəaliyyətinin səmərəli təşkili üçün kompüter proqramlarından istifadə etməyi bacarmalıdır. Artıq şagirdlərə biliklərin verilməsi yox, onların necə qazanılması yollarını göstərmək lazım gəlir. Dərslərdə kompüterdən istifadə ilk növbədə şagirdlərdə tədqiqatçılıq və axtarıcılıq qabiliyyətini inkişaf etdirir. Dərslərin gedişində kompüter modellərindən istifadə edilməsi şagirdlərdə bir neçə sahə üzrə bilik və vərdişlərin inkişafını təmin edir: kompüterdən istifadə vərdişlərinin inkişaf etdirir, fənnə marağın artmasına səbəb olur, dərslin daha yaxşı mənimsənilməsinə kömək edir. Kompüter və internet texnologiyalarından istifadə etməklə fizikanın təlim prosesini fəallaşdırmaq, tədrisin keyfiyyətini yüksəltmək, dərin bilik vermək, qazanılmış biliyi mütəşəkkil yoxlamaq və biliyi tətbiq etmək vərdişlərinə nail olmaq mümkündür. Bu məqsədlə müəllim və texniki heyət üçün icbari kompüter və internet kursları, məktəblərdə ayrı – ayrı fənləri əhatə edən elektron bazanı yaratmaq, istənilən səviyyədə veb resursların və müvafiq işçi qrupların yaradılması zəruridir.

### **ƏDƏBİYYAT**

1. М.М.Баширов. "Информационно - коммуникационные технологии в образование: контроль знаний и дистанционное обучение". XVI Международная конференция "Применение новых технологий в образовании" ("ИТО-Троицк-2005"), г. Троицк <http://ito.edu.ru/2005/Troitsk/4/4-0-3.html>
2. М.М.Баширов. "Некоторые проблемы по внедрению информатизационно - коммуникационных технологий в образовании." Вопросы Интернет образования 27 выпуск 2005. Федерация Интернет Образования.
3. [http://vio.fio.ru/vio\\_27/cd\\_site/Articles/art\\_1\\_5.htm](http://vio.fio.ru/vio_27/cd_site/Articles/art_1_5.htm)
4. М.М.Вəşirov. "Fizikadan milli veb resursların yaradılması təcrübəsi". Azərbaycan əlaqələri və mübadilə proqramı- "Azərbaycanda virtual məktəb" 21-June-2005 PROJECT HARMONY ANNOUNCES "AZERBAIJAN'S VIRTUAL SCHOOLHOUSE" NATIONWIDE CONFERENCE ON JUNE 29-30, 2005 <http://edu.ace-az.org/physics/phys2/> səh 10. method which will be used in the learning of interference process and motion of matter thrown under horizontal angle in the education of physics have been shown.

**SEVİNC NOVRUZOVA**  
*sevincrzayeva1969@gmail.com*  
**TOFİQƏ NADİROVA**  
*nadirova.tofiqe@mail.ru*  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **ENERGETİKADA ENERJİ ÇEVİRİCİ QURĞULARIN FİZİKASI**

Hazırkı dövrdə elmi-texniki tərəqqinin inkişaf mərhələsində elektrik sistem və şəbəkələrində enerji sistemlərinin yaradılması və inkişaf etdirilməsi məqsədilə ilk növbədə yarımkeçirici materiallar əsasında və elektronika elementi bazasına nəzərən qurulan cihazlardan istifadə olunması məqsədəuyğundur. Elektron və dəşik keçirici kristalların sərhəddində aparılan fiziki hadisələrin tədqiqi bərk cisimlərdə elektronların kvant enerji səviyyələrinin forma və paylanması onların atomdan qopması və qayıtması elektron hərəkət qanunları haqqında yeni təsəvvürlər yaradır və bu prosesləri idarə etməyə imkan verir. Bu tədqiqatlar bir çox yeni mühüm fiziki hadisələrin kəşfinə və onların əsasında isə müasir elm və texnika üçün əhəmiyyəti olan elektrik enerji çeviricilərinin yaranması əsas rol oynayır. P-n keçidlərində gedən fiziki proseslərin tədqiqi müasir yarımkeçiricilər fizikasının və texnikanın inkişafı üçün istiqamət göstərir. P-n keçidlərində ion, elektron və dəşiklərin mənfi və müsbət elektrik yüklərinin vəhdəti və mübarizəsi eləcədə aşqar ionların kəmiyyət və keyfiyyət dəyişmələri mövcuddur. Müxtəlif kristal quruluşlu və enerji spektrli bəsit və mürəkkəb, eləcə də kiçik yüklüklü ion və qarışıq keçiriciliyə malik yarımkeçiricilərdə elektron və ion keçidlərinin hazırlanması, intensiv şüalanmanın oradakı fiziki proseslərə təsiri, p-n keçidlərinin alınması, buradan şiddətli və yüksək tezlikli cərəyanların keçməsi, elektronların selvari çoxalmasının tənzimlənməsi, ionların hərəkəti və onların daşıyıcılar tərəfindən aparılmasına baxılmışdır. Maqnit xassəli aşqarların rolu, induktiv xarakterli ətalətliliyi, injeksiya nəticəsində yarımkeçiricinin istilik keçirməsinin dəyişməsi və bu kimi mühüm məsələlərin aşkarlanması tədqiqat nəticəsində müəyyən olunmuşdur.

İdarə olunan yarımkeçirici diodların işləmə prinsipi eyni bir monokristalda yaranmış iki elektron və dəşik keçidin injeksiya vasitəsilə bir-biri ilə təsirinə əsaslanır. Daşıyıcıların injeksiyasının qüvvətli elektrik sahəsində artması üç p-n keçidin qarşılıqlı təsiri nəticəsində yarımkeçirici diodların keçiricilərinin yaradılmasına səbəb olur. Bu keçiricilərin işlənməsi hər hansı bir xarici təsir və istisna ilə, o cümlədən idarəedici elektroddan qısamüddətli gərginlik impulsu verməklə diodu bağlayıcı haldan açıq hala keçirməyə əsaslanmışdır. İdarə olunan yarımkeçirici diodların volt-ampere xarakteristikasında mənfi müqavimətli hissə müşahidə olunur, yəni cərəyanın artması ilə dioda düşən gərginlik azalır. Bu hadisə həm injeksiya, həm də zərbəli ionlaşma nəticəsində yarımkeçiricidə əlavə daşıyıcıların meydana çıxması ilə yaranır. Məlumdur ki, dövrənin mənfi müqavimətli elementi aktivdir, yəni elektrik enerjisi sərf etmir, əksinə enerjini dövrəyə verir. Aktiv elementi bu enerjini əlavə mənbədən alır. Mənfi müqavimətli tunnel diodları, nöqtəvi tranzitor və << selli >> triodlardan fərqli olaraq, idarə olunan yarımkeçirici diodlar onlarla və yüzlərlə kilovat gücü artırır. Bu çeviricilər tiratron növlü cihazlar olub, onlara nisbətən böyük üstünlüklərə malikdir. Məlum olduğu kimi, tiratron tor elektrodu ilə idarə olunan qaz doldurulmuş ion lampasından ibarətdir. Tiratronun yüksək tezlikli elektrik açarı kimi istifadə olunur və o, dəyişən cərəyan düzləndirmək, sabit cərəyanı dəyişən cərəyanə çevirmək, müxtəlif sxemlərdə elektrik siqnallarını idarə və tənzim etmək imkanına malikdir. Tiratronlarda ionlaşma və deionlaşma (neytrallaşma) müddəti onlarla mikrosaniyə olub və bu, onların yüksək tezliklə işləməsinə məhdudlaşdırır. Bundan başqa, tiratronun qalıq gərginliyinin böyüklüyü (~100 V) müəyyən enerji itkisinə səbəb olur.

İdarə olunan yarımkeçirici diodlar ideal yüksək tezlikli açardır. Qoşulma müddəti-diodun bağlı haldan açıq hala keçmə və açılma müddəti-açıq haldan bağlı hala keçmə zamanları ilə təyin edilir və 10<sup>-8</sup> san tərtibindədir. Xüsusi aşqarlarla bu müddətləri daha da kiçiltmək olur. Məsələn, qızıl aşqarları

silisiumda qeyri-əsas daşıyıcıların yaşama müddətini kəskin azaldır və cihazın hədd işinin tezliyini artırır.

İdarəolunan yarımkeçirici diodlar dəyişən cərəyanı tənzimlənmiş sabit cərəyanə və əksinə çevrilməyə imkan verir.

Elektroenergetikada yarımkeçiricilər əsasında qurulmuş enerjiçevrici qurğu olan günəş panellərindən çox geniş istifadə edilir. Bu günəş panelləri günəş enerjisini elektrik enerjisinə çevirir. Bəs bu proses necə baş verir. Bildiyimiz kimi, günəş panelləri silisium kimi yarımkeçiricilərdən hazırlanmışdır.

Silisium atomu müsbət yüklü proton və yüksüz neytronlardan təşkil olunmuş bir nüvə və onun ətrafında fırlanan mənfi yüklü elektronlardan ibarətdir. Silisiumda sərbəst elektronlar olmadığından, yəni silisium atomunun nüvəsi ətrafında sonuncu dövrdə dövr edən elektronların hamısı digər atomla əlaqə qurduğundan onun keçiricilik qabiliyyətini artırmaq üçün sərbəst elektronların və ya boşluqların sayını artırmaq lazımdır. Başqa sözlə, yarımkeçirici silisiumda sərbəst elektron və ya boşluq sayı artırılaraq onun keçiricilik qabiliyyəti artırılır. Burada p-n tip yarımkeçiricilərin bir birinə təmas hissəsində elektron-deşik keçidi və ya p-n keçidi yaranır. Günəş şüalarının təsiri nəticəsində n-tip yarımkeçiricidəki sərbəst elektronların bir hissəsi p-tip yarımkeçiriciyə doğru hərəkət edir. Bu elektronların hərəkəti nəticəsində elektrik sahəsi əmələ gəlir. Günəş şüaları n-tip yarımkeçiricidən keçərək p-n keçidindəki elektronları rahatlıqla atomdan ayırır. Elektrik sahəsinin təsiri ilə n - tip yarımkeçiricidə elektronlar, p-tip yarımkeçiricidə isə boşluqların konsentrasiyası o qədər yüksək olur ki, nəticədə bu iki hissə arasında potensiallar fərqi - gərginlik əmələ gəlir. Fotoelementin yuxarı və aşağı hissəsinə metal naqıl birləşdirsək yaranan gərginlik nəticəsində sərbəst elektronlar bir istiqamət üzrə naqillərlə hərəkət edərək elektrik enerjisi yaradacaqdır.

Müasir dövrdə yarımkeçirici elektron və deşik keçiriciliyi əsasında qurulan qurğuların səmərəliliyinin 24% olmasına baxmayaraq, bu qurğuların faydalı iş əmsalını daha da yüksəltmək olar.

## **ƏDƏBİYYAT**

1. Tiristoru.V.İ.Qerlax Moskva enerqomatimizdat 1985.
2. Şomoni K. Teoretiçeskaya elektonika persnem pod red K. M Palivanova M.Mir 1984 774.
3. Kuzmin V.A.Perçenkov V.S. modulyaçiya provodimoasti bazı tiristora v proçese vkluyiçenniya-radiotexnika elektronika 1988 T13 №4 c709
4. Qomonova A.İ Kapçov.L.N. Perexodnne xarakteristiki tiristora pri vklyuçenii iz vuzov Radiotexnika, 1965 T8 № c175
5. vremenax vviklyuçeniya tiristorov p-n-p-n struktur-fizika i texnika poluprovodnikav 1972 T6 c1236
6. Perasimov R.İ Tiristorıny elektroprovod M. Enerqiya 1988
7. Elelktrotexnika Moskova enerqaizalot №10 1981ct 9



**AYTƏN KƏRİMOVA**  
*aytenkerimova567@gmail.com*  
*Kəngərli Rayon Təhsil Şöbəsi*

## **BƏRK CİSİMLƏR FİZİKASININ BƏZİ MƏSƏLƏLƏRİNƏ DAİR**

Aralarındakı məsafə sabit olan maddi nöqtələrin cəmi bərk cisim adlanır. Bərk halda olan cisimlərin olan cisimlərin özünəməxsus ölçüsü və forması olur. Bərk cismin formasının sabitliyi onun tərkibində atomlararası əlaqələrin çox güclü olması, atomların nisbətən taraz vəziyyətdə olmaları və çox zəif hərəkət etmələri nəticəsində alınır. Bərk halda olan maddələr amorf və kristallik olmaqla iki fazada olur. Amorf fazada olan bərk cismə misal şüşədir. Onun quruluşu amorf mayələrin quruluşu kimidir, yəni yaxın düzülüşə malikdirlər. Onların xassələri bütün istiqamətlərdə eynidir və belə sistemlər izotrop sistemlər adlanır. Kristal bərk cisimlərin quruluşu maye və qazların quruluşundan kəskin olaraq fərqlənir. Peridoik quruluşa malik cisim kristal adlanır. Kristalların bu quruluşu molekulardan, atomlardan və ionlardan təşkil olunmuşdur. Zərrəciklərin bu düzülüşü kristalın bütün həcmində təkrar edilir. Ona görə də bu düzülüş uzaq düzülüş adlanır. Kristalın təkrar olunan ən kiçik həcminə elementar kristal özəyi deyilir. Bütün istiqamətlərdə düzülmüş eyni kristallik qəfəsə malik kristallar monokristallar adlanır. Bir-birinə nəzərən xaosik yerləşmiş kiçik ölçülü kristallitlərdən təşkil olunmuş kristala polikristal deyilir. Metallar polikristallara aiddir. (Əliyev, 2010, 75, 85)

Monokristalların xassələri istiqamətdən asılıdır. Ona görə də monokristallar anizotrop cisimlərdir. Xüsusi hazırlanmış bəzi polkristallarda da anizotropuq müşahidə olunur. Ümumi olaraq isə polikristallar izotropdurlar. Kristal qəfəsin təpələrində yerləşən zərrəciklərin və qarşılıqlı təsirin xarakterindən asılı olaraq molekulyar, atomar və ion kristallar mövcuddur. Kristal qəfəsin təpəsində neytral atom yerləşən kristal atomar kristal adlanır. Buna misal olaraq almaz kristalını göstərmək olar. Bu kristallar yüksək möhkəmliyə malikdirlər. Qəfəsinin təpələrində neytral molekulalar yerləşən kristallar ion kristallar adlanır. Duzların əksəriyyəti belə kristallara aiddir.

### **Kristal qəfəsin növləri**

Kristalda atomların təkrarlanan fiqurlar əmələ gətirməklə düzülməsi müxtəlif olsa da, ixtiyari ola bilməz. Belə ki, təkrar olunan fiqurlar fəzanı tam doldurmalıdır. Romb, düzbucaqlı, altıbucaqlı üçün bu mümkün olsa da, beşbucaqlı üçün mümkün deyildir. Cəmi 32 sinif belə kristal simmetriyası Brave qəfəsləri adlanır. Bu sinif kristallar cəmi 230 bir-birini təkrarlamayan quruluşa sahib ola bilər. Bu 230 tip Fyodrov qəfəslərini əmələ gətirən atomlar, aralarında qarşılıqlı təsir qüvvəsinin təbiətinə görə 4 qrupa bölünür:

1. *İon qəfəsləri*-qəfəs düyünlərində atomlar ion kimi yerləşir və müsbət ionlarla mənfi ionların növbələşməsi yüklər arasında güclü Kulon qarşılıqlı təsirinə səbəb olurlar. İon kristal qəfəsləri birləşmələrin tipik nümayəndələri duzlardır. NaCl, KBr və LiF kimi maddələri misal göstərmək olar. Belə qəfəslərdə ionlar arasındakı cəzibmə qüvvələri yüksək olduğundan, bu maddələr nisbətən çətinəriyən, az uçucu və müəyyən bərklikdə olur.

2. *Atom qəfəsləri*-düyün nöqtələrində bir-birilə kovalent rabitələrlə əlaqələnmiş atomlar olan kristal qəfəslərdir. Atom kristal qəfəsi olan maddələrə C, B (almaz, qrafit), SiO<sub>2</sub> (kvars), Si, SiC, qırmızı və qara fosforu misal göstərmək olar. Bu maddələrin əksəriyyəti möhkəm olur və onlar çox yüksək ərimə temperaturuna malikdirlər.

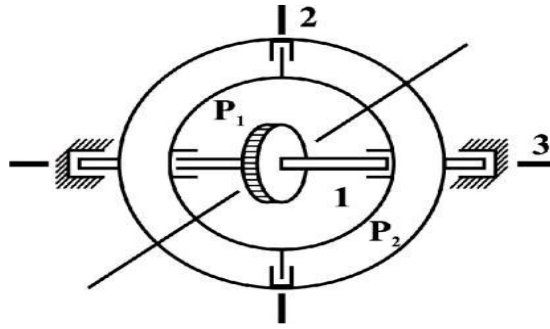
3. *Molekul qəfəsləri*-İkiatomlu qazların molekulaları elektron örtüklərinin deformasiyası səbəbindən bir-birilə zəif qarşılıqlı təsirdə olurlar. Bu qarşılıqlı təsir Van-der-Vals qüvvələrinin təsiri ilə baş verir. Belə kristal qəfəsə malik maddələrə H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, F<sub>2</sub>, P<sub>4</sub>, S<sub>8</sub>, H<sub>2</sub>S, CH<sub>4</sub>, NH<sub>3</sub>, H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, fenollar, karbohidratlar və s. aiddir.

4. *Metal qəfəsləri*-belə qəfəslərin düyünlərində metal ionları yerləşir və aralarındakı fəzanı isə qopan sərbəst elektronlar doldurur. Metallar (Ca, K, Fe, Al, Ag və s.) və bir çox ərintilər metal kristal qəfəsi əmələ gətirir.

Bütün nöqtələri eyni trayektoriya üzrə hərəkət edən bərk cismin hərəkəti irəliləmə hərəkəti

adlanır. Yəni, cismin bütün nöqtələrinin sürəti istənilən zaman anında eynidir. Kinematik nöqtəyi nəzərdən bu hərəkət maddi nöqtənin hərəkəti ilə eynidir. Əgər AB düz xəttinin bütün nöqtələri bərk cisimlə sərt bağlanıbsa və hərəkətsiz qalırsa bərk cismin belə hərəkəti hərəkətsiz AB oxu ətrafında cismin fırlanması adlanır. Belə bərk cisim bir sərbəstlik dərəcəsinə malikdir və onun fəzada vəziyyəti fırlanma oxu ətrafında şərti olaraq seçilmiş, bu cismin başlanğıc vəziyyətdən müəyyən edilən dönmə bucağının qiyməti ilə təyin edilir. Fırlanma elə oxlar ətrafında dayanıqlı olar ki, həmin oxlara nəzərən ətalət momenti ən kiçik və ya ən böyük qiymət alsın. Dayanıqlı fırlanmaya uyğun oxlar fəzada öz istiqamətlərini saxlayır. Onların bu xassəsi impuls momentinin saxlanma qanununa əsaslanmışdır. İmpulsun saxlanma qanununun tətbiqinə misal olaraq giroskopun hərəkətinə baxaq. (Mahmudov, 2012, 7-9)

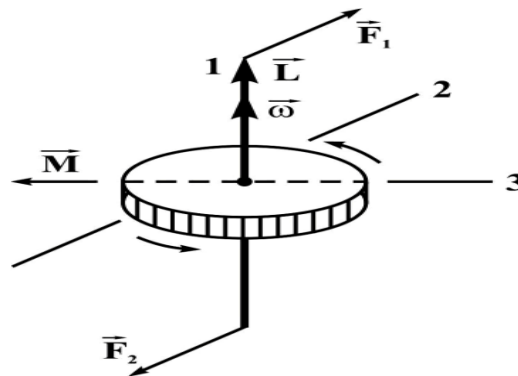
Simmetriya oxu ətrafında böyük sürətlə fırlanan bərk cisim giroskop adlanır. Giroskop yunan sözü olub, "fırlanmaq" və "baxmaq" sözlərinin birləşməsindən yaranmışdır. İxtiyari fırlanma cismin, fırfıran, Yer, elektron giroskopa misal ola bilər. Giroskop olaraq öz simmetriya oxuna bərkidilmiş disk götürək. Giroskopun oxunun fəzada ixtiyari vəziyyət ala bilməsi üçün şəkil 1-də göstərilmiş kardon asmasından istifadə edilir.



Şəkil 1

Bu qurğuda  $P_1$  müstəvisi 2 oxu,  $P_2$  müstəvisi 3 oxu ətrafında fırlana bilər. Giroskop özü isə 1 oxu ətrafında fırlanır. Beləliklə, kardon asması giroskopun oxunun fəzada istənilən istiqamətdə hərəkət almasına imkan yaradır.

Fərz edək ki, giroskop simmetriya oxu ətrafında  $\omega$  bucaq sürətilə fırlanır.



Şəkil 2

Giroskop simmetrik cisim olduğundan onun impuls momentini fırlanma oxu istiqamətində olur. Fərz edək ki, giroskopun oxuna şəkil 2-də göstəriləyi istiqamətdə  $F_1$  və  $F_2$  cüt qüvvələri təsir edir. Bu qüvvələr giroskopun oxunu 3 oxu ətrafında fırlatmağa çalışır. Lakin giroskopun oxu gözlədiyimiz kimi 3 oxu ətrafında deyil, həmin oxa və giroskopun öz oxuna perpendikulyar olan 2 oxu ətrafında

dönür. Bu hadisə giroskopik effektdəndir. Giroskopik effekt impuls momentinin dəyişməsinin xarici qüvvələrin momentinin impulsuna bərabər olması qanunu ilə izah olunur:

$$dL=Mdt \quad (1)$$

Şəkildə də göründüyü kimi, cüt qüvvələrin momenti sola doğru yönəlib, bu zaman impuls momentinin dəyişməsi də sola yönələcəkdir və müddətindən sonra giroskopun impuls momenti vektoru L olacaqdır, yəni giroskopun 2 oxu ətrafında dönəcəkdir. (Pənahov, Əhmədov, 2013, 82-87)

#### **Bərk cisimlərin istidən genişlənməsi**

Bərk cisimlərin hər biri soyuduqda sıxılır, qızdıqda isə genişlənir. Temperaturun artması zamanı cismin ölçülərinin artması istidən genişlənmə adlanır. Bunu cismi təşkil edən atom və ya molekulların orta kinetik enerjisinin artması ilə izah etmək olar, məsələn, bərk cismin atomlarının orta kinetik enerjiləri artdıqda onlar çox böyük amplitudla rəqsi hərəkət edirlər. Belə nəticəyə gəlirik ki, istilik rəqsləri harmonik deyildir və bu rəqslər anharmonik olacaqdır. Enerjinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun yerdəyişmənin orta qiymətini Bolsman paylanmasıdan istifadə edərək hesablaya bilərik. Bu hesablama əsasən, yerdəyişmə mütləq temperaturla düz mütənasibdir:

$$x=\alpha T \quad (2)$$

Burada  $\alpha$ -sabit bərk cismin potensial enerjisindən, yəni cismin növündən asılıdır. Bu düstur T-nin mütləq sıfıra yaxın qiymətlərində ödənmir. Temperaturun qalan qiymətlərində (2) düsturu təcrübələrdən alınan nəticələrlə təsdiq olunur.

Təsəvvür edək ki,  $t=0$  temperaturunda çubuğun uzunluğu  $l_0$ ,  $t$  qədər qızdıqdan sonra isə  $l$  olmuşdur. Məlum olur ki, çubuğun vahid uzunluğunun genişlənməsi temperatur ilə mütənasib asılıdır, yəni

$$\frac{l-l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \Delta T \quad (3)$$

$\alpha$ -xətti genişlənmənin termik əmsəlidir.

(2) və (3) düsturlarının müqayisəsindən görünür ki, Bolsman paylanmasıdan nəzəri olaraq alınan düstur təcrübə düsturla eynidir. Sadəcə olaraq,  $\alpha=\alpha_0$  və temperaturun mütləq qiyməti yerinə onun dəyişməsinə qəbul etmək lazımdır. Belə olan halda, (3) düsturundan

$$l=l_0(1+\alpha\Delta T) \quad (4)$$

alınır. İzotrop bərk cisimlərin istidən xətti genişlənməsi zamanı xətti genişlənmə əmsəli istiqamətdən asılı olmur. Bərk cisim bütün istiqamətlərdə genişləndiyinə görə, onun həcmi də artacaqdır. Bu həcmi genişlənmə də (4) düsturuna analoji düsturla hesablanır:

$$V=V_0(1+\beta \Delta T) \quad (5)$$

Burada  $\beta$ -həcmi genişlənmənin termik əmsəlidir. İzotrop bərk cisimlər üçün təqribi olaraq

$$\beta=3\alpha \quad (6)$$

yaza bilərik.

Kristal anizotrop maddə olduğuna görə, onun istidən genişlənməsi, müxtəlif istiqamətlərdə müxtəlif cür olur. Xətti genişlənmə əmsəli kristalın istiqamətindən asılıdır. Buna görə də, kristallar istidən genişləndiyi zaman formalarını dəyişirlər. (Kazımov, Hacıyeva 2015, 106-110)

Texnikada cisimlərin istidən genişlənməsi daim nəzərə alınır. Məsələn, metal konstruksiyalı körpülərin bir tərəfində mütləq boşluq saxlanmalıdır. Əgər buna əməl edilməsə istidən genişlənmə zamanı həmin körpü dağılacaqdır. (Murquzov, Abdurazaqov, Əliyev, Əliyeva, 2015, 11-14)

Fizikada hər bir mövzu olduğu kimi, "Bərk cisimlər" mövzusu da insan həyatı və gələcək dünya üçün çox vacibdir!

#### **ƏDƏBİYYAT**

1. B.Z.Əliyev. Ümumi fizika kursu. Bakı: Elm, 2010, s. 75,85;
2. M.M.Mahmudov. Bərk cisimlər fizikasının seçmə məsələləri. Bakı Universiteti. Bakı: 2012, s. 7-9;
3. T.M.Pənahov, V.İ.Əhmədov. Ümumi fizika kursu. Fizika-1, Mars-Print, Bakı: 2013, s. 82-87;
4. Ş.K.Kazımov, V.İ.Hacıyeva. Ümumi fizika kursu. Naxçıvan Dövlət Universiteti Nəşriyyatı, Naxçıvan: 2015, s. 106-110;
5. M.Murquzov, R.Abdurazaqov, R.Əliyev, D.Əliyeva, Fizika. 8-ci sinif üçün dərslik. Bakı nəşr, Bakı: 2015, s. 11-14.

## II BÖLMƏ. ASTRONOMİYANIN MÜASİR PROBLEMLƏRİ

ƏYYUB QULİYEV

quliyevayyub@gmail.com

AMEA N.Tusi adına Şamaxı Astrofizika Rəsədxanası

### GÜNƏŞ SİSTEMİNİN KƏNAR BÖLGƏLƏRİNDƏ İRİ PLANET CİSMİNİN MÖVCUDLUĞU FƏRZİYYƏSİ HAQQINDA

#### Giriş

Günəş sisteminin kənar bölgələrində iri planet cisminin mövcud ola biləcəyi məsələsi bu gün astronomik ədəbiyyatda ən çox diskusiyaya səbəb olan mövzulardan biridir. Bəzi mütəxəssislərin fikrincə belə cismin kütləsi on Yer kütləsi qədər ola bilər [5, 6]. Bu fərziyyənin yaranmasının ilkin səbəbi son zamanlar tapılmış transneptun və ya koyper cisimlərinin bəzi spesifik xüsusiyyətləri olmuşdur. Ancaq bu məsələni uzundövrü kometlərə məxsus qanunauyğunluqlarla əlaqələndirən mütəxəssislər də vardır. Bu məqalənin müəllifinin naməlum planetlərə həsr olunmuş [2] işində iddia edilir ki, uzundövrü komet orbitlərinin perihelilərinin və uzaq düyünlərinin paylanması naməlum planetin rolu və ya təsiri ola bilər.

#### Hesablamaların algoritmi

Tutaq ki, yaxınlığında komet perihelilərinin konsentrasiyasının olduğu müstəvini (göy sferinin böyük dairəsi) axtarıq. Bu müstəvinin vəziyyəti [4] işində göstərilmiş üsulla təyin edilir. Əvvəlcə düzbucaqlı ekliptik koordinat sistemində hər bir periheli nöqtəsinin radius-vektorunun kosinusu tapılır. Sonra isə nöqtələrin minimal dispersiyasına nəzərən üç müstəvinin aşağıdakı kimi empirik ifadələri tapılır:

$$Z=ax+b; Y=az+bx; X=bz+ay$$

Z ekliptikadan meyilliyi müəyyən etdiyindən, məsələni yüngülləşdirmək üçün ikinci və üçüncü ifadələr də Z-lə ifadə olunur. Sonrakı mərhələdə  $Z^2$ -nin cəmlərinin (S) minimum olmasını təmin edən empirik ifadəyə daha çox üstünlük verilir. Tapılan müstəvi iki koordinatı ilə müəyyən olunacaqdır:  $\Omega_p$  - qalxan düyünün uzunluğu və  $I_p$  - ekliptikadan meyli.

#### Hesablamaların nəticələri

Yuxarıdakı algoritmin əsas cədvələ təbiiq yaxınlığında perihelilərin yerləşdiyi aşağıdakı müstəvinin mövcudluğunu göstərir:

$$I_p = 86^{\circ}.18; \Omega_p = 271^{\circ}.74 \quad (S = 368.18) \quad (1)$$

Bu qayda ilə tapılmış müstəvinin bundan sonra qısa olaraq optimal müstəvi adlandırılacaq. Qeyd edək ki, optimal müstəvi Qalaktika müstəvisi ilə ( $I_p = 60^{\circ}.2; \Omega_p = 269^{\circ}.3$ ) üst-üstə düşür.

İstifadə edilən metod  $\Omega_p$  və  $I_p$  parametrlərinin mümkün xətalərini müəyyən etməyə imkan verir. Mümkün xətaləri nəzərə almaqla deyə bilərik ki, optimal müstəvinin parametrləri daha çox  $2700.3 < \Omega_p < 2720.8; 840.4 < I_p < 870.7$  intervalında ola bilər.

(1) müstəvisinin mövcudluğunun mümkünlüyü ilk dəfə [1] işində irəli sürülmüşdür. Göstərilmişdir ki, (1) müstəvisinin 250-400 astronomik vahid (a.v.) intervalındakı yaxın ətrafında uzundövrü komet orbitlərinin uzaq düyünləri “fon” artımına malikdir. Aşkara çıxarılmış bu fakt belə bir fərziyyə irəli sürməyə imkan verir ki, (1) müstəvisi üzərində  $250 < R < 400$  a.v. radiusunda komet mənbəyi rolunu oynayan iri cisim vardır. Belə cisim həm uzundövrü kometləri, həm də kiçik Q-li kometləri “generasiya” edə bilər. Bu ideya [2, 3] işlərində daha da inkişaf etdirilir və fərziyyənin əsas arqumenti uzundövrü komet orbitlərinin uzaq düyünlərinin məsafələrinin paylanması ilə əlaqələndirilir. [1] işində 250-400 a.v. intervalında uzundövrü komet orbitlərinin uzaq düyünlərinin müəyyən əlavə fon yaratdığı göstərilir. Qeyd edək ki, bu fonun müəyyən edilməsində 67 düyün zonalarından istifadə edilmişdir. Təqdim edilən işdə belə düyün zonalarının sayı 229-a qədər, kometlərin sayı isə istinad edilən ədəbiyyatlardakından demək olar ki, bir yarım dəfə artırılmışdır (859-a qarşı 1249). (1) müstəvisi üçün aparılmış hesablamalar əsasında aşağıdakı dispersiyaedici

kəmiyyətlər alınmışdır (həmin kəmiyyətlər istinad olunan mənbələrdə şərh olunmuşdur):

$$N = 43, \bar{n} = 27.51, \sigma = 6.34, t = 2.44, \alpha > 0.99.$$

Tətbiq edilən intervalı dəyişməklə  $t$  parametrinin daha effektiv qiymətini tapmaq olar. Məsələn, 283-357 a.v. intervalə üçün  $t=3,12$  alınır ki, bu da təsadüfçülük faktorunu aradan qaldırır.

Hesablamalar göstərir ki, uyğun kometlər üçün  $Q$ -nin qiyməti 286-388 a.v. intervalında olur. Əgər fərz etsək ki, planet də bu intervalda hərəkət edir, onda onun 4 qiymətləndiriləbilən elementi (böyük yarımoxu, eksentristeti və iki bucaq parametri) aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$a = 337 \text{ a.e.}; \quad e = 0.136; \quad \Omega = 271^{\circ}.74; \quad I = 86^{\circ}.18$$

$B$ -in qiymətini nəzərə almadan və  $\omega$ -ya müxtəlif qiymətlər verməklə elə optimal ellips tapmaq olar ki, afeli nöqtələri nisbətən az dispersiyaya malik olsun. Məlum olur ki,  $\omega$ -nın bu qiyməti dəqiq olaraq  $45^{\circ}$ -yə bərabərdir.

Analoji məsələni uzaq düyünləri (1) müstəvisinə nəzərən 286-388 a.v. məsafədə yerləşən kometlər üçün də eləmək olar. Məlum olur ki, belə kometlərin sayı 25-dir.

Beləliklə, parametrləri ortalaşdırmaqla deyə bilərik ki, fərz edilən planetin orbitinin təxmin edilən elementləri aşağıdakı kimidir:

$$a = 337 \text{ a.v.}; \quad e = 0.14; \quad \omega = 57^{\circ}; \quad \Omega = 272^{\circ}.7; \quad I = 86^{\circ}$$

### **Nəticə**

Təqdim olunan işdə varlığı fərz edilən planetin 5 qiymətləndiriləbilən parametrinin təxmini qiymətləri verilmişdir. Hələlik planetin kütləsi və orbitindəki yeri haqqında mülahizə irəli sürmək çətindir. Bu məsələlərin aydınlaşdırılmasında kometlərin planet ilə yaxınlaşmalarının aşkar edilməsi əsas rollardan birini oynaya bilər. Müasir metodlardan istifadə etmələ planetin orbitinin nə dərəcədə dayanıqlı olmasına aydınlıq gətirmək olar.

## **ƏDƏBİYYAT**

1. Гулиев А.С. Результаты исследования узловых расстояний долгопериодических комет // Кинематика и физика небесных тел, 1999, 15(1), с. 85-92.
2. Гулиев А.С. О связи долгопериодических комет с известными и неизвестными планетами // Письма в АЖ, 2007, 33(7), с. 631-640.
3. Гулиев А. С. К одной гипотезе о неизвестной планете // Астрономический Журнал Азербайджана, 2012, 7(3), с. 5-13.
4. Гулиев А. С., Дадашов А. С.. О трансеплутоновых кометных семействах // Астрон. Вестник, 1989, 23(1), с. 88–95.
5. Радзиевский В. В. Новые закономерности в распределении элементов орбит // Письма в АЖ, 1980, 6(5), с. 309–313.
6. Batygin Konstantin and Michael E. Brown. Evidence for a Distant Giant Planet in the Solar System // Astronomical Journal, 2016, 151(2), pp. 22-33.

**YERİN FORMASI VƏ OXU ƏTRAFINDA FIRLANMASINA  
DAİR BƏZİ QEYDLƏR**

Birinci yaxınlaşmada Yer bircins kürə qəbul edilir. Yəni sadə variantda bütün radiusları bərabər, ağırlıq mərkəzi həndəsi mərkəzi ilə üst-üstə düşür. Yer kürəsinin radiusunu təyin etmək üçün Hollandiyada XVI əsrdə və Rusiyada XVIII əsrdə aparılan dərəcə ölçmə üsullarından məlum olub ki, bir dərəcəyə uyğun meridian qövsünün uzunluğu ekvatorun qütbə doğru az da olsa artır. Həqiqi kürə üçün bu sabit qalmalıdır. Ölçmələr göstərdi ki, Yer in ekvatorial radiusu onun qütb radiusundan bir qədər böyükdür. Beləliklə, ikinci yaxınlaşmada Yerə sferoid, yəni kürədən az fərqlənən fiqur, yaxud iki oxlu ellipsoid kimi baxa bilərik. Özü də Yer sferoidi qeyri-bircinsdir, onun daxilində kütlə qeyri-bərabər paylandığından kütlə mərkəzi ilə həndəsi mərkəz üst-üstə düşmür. Əslində Yer heç bir analitik ifadə ilə təsvir olunmayan fiqurdur. Üçüncü yaxınlaşmada Yer geoid qəbul edilir, onun səthi geoid adlanan səthlə üst-üstə düşür.

Açıq okeanda sükunətdə olan sərbəst su səthi ilə üst-üstə düşən tarazlıq (səviyyə) səthinə geoid deyilir. Geoid ilə Yer sferoidinin səviyyələri fərqi 200 metrdən çox deyil, halbuki, dəniz səviyyəsindən 8000 metr hündür dağlar vardır.

Yerin  $R_0$  - orta radiusunu qiymətləndirmək üçün Yer sferoidinin  $\frac{4}{3}\pi R_e^2 \cdot R_q$  həcmi  $R_0$  radiuslu həqiqi kürənin  $\frac{4}{3}\pi R_0^3$  həcminə bərabər götürülməlidir. Onda  $R_0$  üçün

$R_0 = \sqrt[3]{R_e^2 \cdot R_q} \approx 6371 \text{ km}$  alınır. Burada  $R_e = 6378,140 \text{ km}$ ,  $R_q = 6356,755 \text{ km}$  olub uyğun olaraq

Yerin süni peykləri ilə ölçülən ekvatorial və qütb radiuslarıdır.

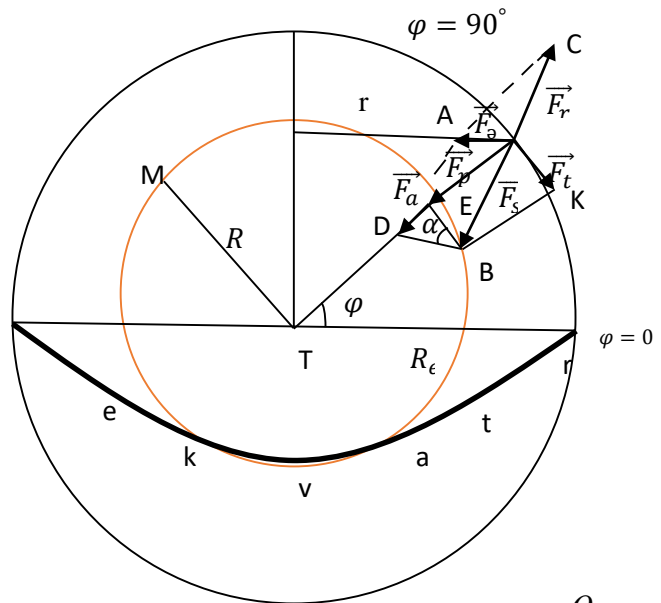
Ekvator və qütb radiusları fərqi ekvator radiusuna nisbəti basıqlıq adlanır. Yer in basıqlığı

$$\varepsilon = \frac{R_e - R_q}{R_e} = 1:298,257$$

Ümumiyyətlə, öz oxu ətrafında fırlanan göy cisimləri, o cümlədən Yer basıqlığa (yastılaşmaya) uğrayır. Bəs bunun səbəbi nədir? Səbəb elə sualın içərisində qeyd olunub. Fırlanmadır.

Aşağıdakı şəkildən istifadə etməklə Yerdə basıqlığın fiziki izahı verək.

Fərz edək ki, Yer ideal kürə şəkilindədir. Cisim coğrafi enliyi  $\varphi$  olan  $O$  nöqtəsindədir Yerlə birlikdə oxu ətrafında  $r = R_e \cos \varphi$  radiuslu çevrə üzrə fırlanır. Bunun nəticəsində cismə təsir edən qüvvələrin əvəzləyicisi sıfırdan fərqli olub onun kütləsi ilə  $\omega^2 R_e \cos \varphi$  təcilinə hasilinə bərabərdir. Yer in fırlanmasının və cazibəsinin yaratdığı effektlər şəkildə qüvvələr paraleloqramında göstərilib.  $ODAC^O$  paraleloqramında mərkəzə doğru yönələn ağırlıq qüvvəsi Yer səthinin cismə etdiyi reaksiya qüvvəsi ilə bucaq əmələ gətirdiyindən  $\vec{F}_g$  əvəzləyici qüvvə yaranır. Nyutonun üçüncü qanununa görə cisim, Yer səthinə  $OKBE$  paraleloqramının (əslində bu düzbucaqlıdır) diaqonalı boyunca yönələn sıxıcı



$$\vec{F}_s = -\vec{F}_r$$

qüvvə ilə təzyiq göstərəcək.

$F_a$  – ağırlıq qüvvəsini: Yer radiusu üzrə yönələn  $\vec{F}_p$  və ona toxunan olan  $\vec{F}_t$  toplana ayıraq. Şəkildən görünür ki, sıxıcı qüvvə, yəni cismin çəkisi onun ağırlıq qüvvəsindən azdır. Bu fərq  $ED = mR_e \omega^2 \cos^2 \varphi$ .

Burada  $\omega = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ san}^{-1}$  – Yer fırlanma tezliyidir.  $\alpha = 90^\circ - \varphi$ ,  $F_p \approx F_s$  olduğundan, fırlanmanın doğurduğu üçüncü qüvvə

$$F_t = \frac{1}{2} m R_e \omega^2 \sin 2\varphi \quad (1)$$

yer maddəsini ekvatora doğru aparmağa çalışaraq onda basıqlıq (yastılaşma) yaradır. Bunun hesabına Yer həqiqi kürə şəklini almır. Onun ekvator radiusu qütb radiusundan böyük qalır. Nəticədə o, basıqlığa uğrayır. Astronomik müşahidələrdən məlumdur ki, öz oxu ətrafında fırlanan göy cisimlərində basıqlıq var. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, Yer kürəsi üçün bu  $\approx \frac{1}{300}$ , Yupiter üçün  $\approx \frac{1}{16}$ , Saturn üçün  $\approx \frac{1}{10}$  dur. Göy cisminin fırlanma periodu azaldıqca basıqlığı artır.

O nöqtəsindəki cismin çəkisi göründüyü kimi ağırlıq qüvvəsindən  $mR_e \omega^2 \cos^2 \varphi$  qədər azdır, yəni

$$\begin{aligned} m g_\varphi &= m g_o - m R_e \omega^2 \cos^2 \varphi \\ \text{və ya } g_\varphi &= g_o - R_e \omega^2 \cos^2 \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

və (2) düsturlarından göründüyü kimi sıxıcı qüvvə və ağırlıq qüvvəsinin təcili Yer öz oxu ətrafında fırlanma tezliyindən (periodundan) asılıdır. Birinci yaxınlaşmada period və tezlik sabit hesab edilir.

XIX yüzillikdə müəyyən edilmişdir ki, Ayın müəyyən anda müşahidə olunan vəziyyəti (efemeridi) üzərinə düşür.

Aşkara çıxarılan bu fərq Yer fırlanma sürətinin sabit qalması ilə izah edilir. Sonralar Yer fırlanmasındakı qeyri-müntəzəmliyi ətraflı tədqiq etmiş və tapmışlar ki, onun fırlanma sürətinin dəyişməsi əsri, sıçrayışlı və dövrü xarakter daşıyır.

Ay və Günəşin qabarma qüvvələrinin tormozlayıcı təsiri ilə Yer fırlanma sürəti kiçilir və nəticədə qeyri-müntəzəmlik meydana çıxır. Hazırkı epoxada Yer fırlanma periodu  $\pm 0,004$  saniyə dəyişir. Bunun səbəbi hələ məlum deyildir.

Nəhayət, Yer səthi üzrə hava və su kütlələrinin fəslə paylanması ilə iyul-avqust aylarında period kiçilir, martda isə böyüyür və dəyişmə  $\pm 0,001$  saniyə olur.

(1) Yer qeyri-müntəzəm fırlandığından orta Günəş sutkası tam sabit qalmır. Odur ki, çox dəqiq vaxt ölçmələri tələb olunan hallarda orta Günəş sutkasından və onun hissələrindən istifadə etmək olmaz.

Kütlənin paylanmasına gəlincə ona keyfiyyət cəhətdən qısa nəzər yetirək. Yer səthində dağ massivləri və dərin çökəkliklərin olması, həmçinin daxili qatlarda kütlələrin qeyri-bərabər paylanması nəticəsində hər hansı bir enlikdə ölçülən (məsələn riyazi rəqqas vasitəsi ilə)  $g$ , nəzəri olaraq alınmış (2) düsturu ilə hesablanandan fərqli ola bilər. Yer daxilində maddənin sıx olduğu yerlərdə, xüsusi ilə metal filizi yataqlarında, yaxud seyrək olduğu yerlərdə neft və qaz yataqlarında buna rast gəlinir. Bu məsələlərə daha dəqiq və geniş şəkildə qravimentriyada baxılır.

Beləliklə, Yer öz oxu ətrafında fırlanmasının və qüvvələr paraleloqramının ciddi təhlilindən aşağıdakı maraq doğuran nəticələr çıxır:

1. Cismin çəkisi ağırlıq qüvvəsindən azdır.
2. Oxu ətrafında fırlanan massiv göy cisimlərində basıqlıq əmələ gəlir.
3. Fırlanma periodu azaldıqca basıqlıq artır.

## ƏDƏBİYYAT

1. D.В.Сивухин. Общий курс физики. т.І.Москва: “Наука”, 1974, 519с.
2. R.Ə.Hüseynov. Astronomiya. Bakı: Maarif, 1997, 466s.
3. Ə.В.Кононович, В.И.Мороз, Общий курс асрномии URSS, Москва: 2010, 544 с.

## KAINATDA GİZLİ KÜTLƏ PROBLEMİ

**Giriş.** Müasir astrofizikanın qlobal problemlərindən biri də Kainatda görünməyən kütlə problemidir. Bu problemin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, bu gün bizə məlum olan Kainatın görə bildiyimiz və hiss etdiyimiz strukturlarının kütləsi hesablanan mümkün kütlənin 5 %-dən də aşağıdır. Yerdə qalan 95 %-dən çox kütləni sadəcə olaraq görə bilmirik. Fiziki təbiəti məlum olmayan bu gizli kütləni özündə birləşdirən strukturlardan gələn hər hansı bir formada olan informasiyanı qəbul etmək üçün hələlik heç bir vasitə və metoda malik deyilik. Görünməyən kütlənin varlığını ancaq dolayı yollarla hiss etmək mümkündür. Qeyd etmək lazımdır ki, bəzən “Gizli kütlə” termini “Görünməyən materiya və enerji” anlayışına alternativ olaraq işlədilir.

Təqdim olunan məqalədə gizli kütlənin varlığına dəlalət edən dolayı amillər, ehtimal edilən bəzi fiziki xüsusiyyətləri və kosmoloji cəhətləri haqqında məlumatlar öz əksini tapmışdır.

**Kainatda kütlə anlayışı.** 1929-cu ildə Edvard Habbtl tərəfindən uzaq qalaktikaların spektrində dalğa uzunluğunun qırmızı bölgəyə doğru sürüşməsi kəşf olundu. Bu sürüşmənin fiziki mahiyyəti ondan ibarət idi ki, qalaktikalar müəyyən sürətlə bizdən uzaqlaşır. Habbtlın bu kəşfi Kainatın genişlənməsi kimi interpretasiya olundu və “Genişlənən Kainat” modelinin əsas müddəsinə çevrildi. Bu modellə bağlı ortaya çıxan əsas suallardan biri bu oldu ki, genişlənmə nə vaxta qədər davam edəcək və nə ilə nəticələncəkdir. Kainatın ayrı-ayrı hissələri arasındakı cazibə (qravitasiya) qüvvəsi bu hissələrin bir-birindən uzaqlaşmasına, başqa sözlə Kainatın genişlənməsinə mane olmağa çalışır. Əgər Kainatın ümumi kütləsi kifayət qədər böyükdürsə, onda cazibə qüvvəsi genişlənməni üstələyəcək və bir müddətdən sonra genişlənmə sıxılma prosesi ilə əvəz olunacaqdır. Ola bilər ki, Kainatın ümumi kütləsi müəyyən bir böhran kütləsindən az olsun. Bu halda kainatın genişlənməsi sonsuz olaraq davam edəcəkdir. Çox vaxt araşdırmalarda kütlə termini fiziki cəhətdən onunla alternativ olan sıxlıq anlayışı ilə əvəz olunur və böhran kütləsi anlayışı böhran sıxlığı ilə əvəz olunur.

Hesablamalar göstərir ki, böhran sıxlığı  $9,31 \cdot 10^{-27}$   $\text{kr}/\text{m}^3$ -ə bərabərdir. ([www.astronet.ru/db/msg/1162260](http://www.astronet.ru/db/msg/1162260)). Müasir kosmoloji modellərdə kainatın ümumi sıxlığı böhran sıxlığına bərabər götürülür.

“Genişlənən Kainat” modeli qəbul edildikdən sonra Kainatın ümumi sıxlığını xarakterizə edən kəmiyyətlər müxtəlif metodlar vasitəsi ilə dəfələrlə ölçülmüşdür. Bu ölçmələrin ədədi nəticələri bir-birindən müəyyən qədər fərqlənsə də, belə bir inkarolunmaz fakt ortaya çıxdı ki, Kainatın ümumi orta sıxlığı böhran sıxlığının cəmi bir neçə faizini təşkil edir. Buna görə də XX əsrin 70-ci illərinə qədər belə hesab edilirdi ki, Kainatın sonsuz genişləncəkdir və bu genişlənmə Kainatın istilik ölümünə gətirib çıxaracaqdır. Bu o deməkdir ki, genişlənmənin müəyyən bir mərhələsində Kainatın hər yerində temperatur eyni olacaq və ayrı-ayrı strukturlar arasında enerji mübadiləsi olmayacaqdır.. Belə bir Kainatda heç bir fiziki proses baş vermir və prinsipcə heç vaxt baş verə də bilməz. Ancaq sonrakı müşahidələr və araşdırmalar tədricən belə bir fikrin formalaşmasına səbəb oldu ki, Kainatın həqiqi kütləsi görünən kütləsindən qat-qat çoxdur və böhran kütləsinə yaxındır.

**Kainatda gizli kütlə.** Kainatın kütləsi anlayışında əhəmiyyətli dərəcədə qeyri-dəqiqliyin ola biləcəyi məsələsi ilk dəfə İsveçrə astronomu Fris Svikkinin tədqiqatlarında ortaya çıxmışdır. XX əsrin 30-cu illərində F. Svikki Veronikanın Saçları bürcündəki qalaktika topasında ayrı-ayrı qalaktikaların ümumi mərkəz ətrafındakı fırlanma sürətlərini ölçdü. Bu qalaktika topası bizə məlum olan ən böyük topadır və minlərlə qalaktikanı özündə birləşdirir. Nəticələr hədsiz dərəcədə gözlənilməz alındı. Məlum oldu ki, müşahidədən alınan fırlanma sürətləri topanın ümumi kütləsinin nəzərə alınması ilə hesablanan fırlanma sürətlərindən inanılmaz dərəcədə artıqdır (*Zwicky F. 1937*). Bu o demək idi ki, qalaktika topasının həqiqi kütləsi görünən kütləsindən qat-qat çoxdur və Kainatın bu bölgəsində hansı



səbəblərdənsə birbaşa müşahidələr vasitəsi ilə görünməyən materiya (və ya enerji) mövcuddur. Bu materiya özünü ancaq qravitasiya təsiri ilə, yəni kütlə kimi biruzə verir.

Qalaktika topalarında gizli kütlənin olması faktını təsdiqləyən amillərdən biri də qravitasiy linzalarına aid aparılan eksperimentlərin nəticələridir. Ümumi Nisbilik Nəzəriyyəsinə görə istənilən kütlə fəzanı deformasiya edir və linzada olduğu kimi işıq şualarının düzxətli yayılmasını pozur. Işıq şualarının yayılmasının düz xətdən kənara çıxma dərəcəsini isə kütlənin miqdarı müəyyən edir. Qalaktika topalarının kütləsi kifayət qədər çox olduğundan bu topaların yaratdığı linza effektini asanlıqla müşahidə etmək mümkündür. Müşahidə olunan linza effektinə görə qalaktika topalarının tam kütləsinin müəyyən etmək çətin deyildir. Məlum olur ki, bu metodla təyin olunan kütlə topaların görünən kütləsindən xeyli dərəcədə çoxdur.

F. Sivikinin tədqiqatlarından 40 il sonra – XX əsrin 70-ci illərində amerikalı astronom Vera Rubin qalaktika mərkəzindən kənarlara doğru yerləşən qalaktika obyektlərinin sürət xüsusiyyətlərini öyrənməyə başladı (*Rubin V. C., Ford W. K. 1970*). Kepler qanunlarına və Ümumdünya Cazibə Qanununa uyğun olaraq qalaktikanın mərkəzindən kənarlarına doğru getdikcə qalaktika obyektlərinin fırlanma sürəti mərkəzdən olan məsafənin kvadrat kökü ilə tərs mütənasib olaraq azalmalıdır. V. Rubinin ölçmələri göstərdi ki, qalaktikaların böyük əksəriyyəti üçün bu sürət mərkəzdən müəyyən məsafədən sonra hər yerdə demək olar ki, sabit qalır. Bu ancaq onunla izah oluna bilər ki, bu qalaktikalarda sıxlıq mərkəzdən kənarlara doğru azalmayaraq demək olar ki, sabit qalır. Əgər nəzərə alsaq ki, qalaktikaların görünən kütləsinin (ulduzlara və ulduzlararası mühitə aid olan) sıxlığı mərkəzdən uzaqlaşdıqca azalır, onda qəbul etməliyik ki, sıxlığın sabit qalmasına səbəb olan və bizim görə bilmədiyimiz “nə isə” var. Hesablamalar göstərir ki, mərkəzdən uzaq qalaktika obyektlərinin müşahidə olunan sabit sürətlərinin saxlanması üçün bu “nə isə”-nin kütləsi qalaktikanın görünən ümumi kütləsindən təqribən 10 dəfə çox olmalıdır. “Qaranlıq materiya” (ingiliscə “*dark matter*”) aqlandırılan bu “nə isə” bu günə qədər astrofizikanın ən qaranlıq tapmacalarından biridir. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, bəzən “Qaranlıq materiya”-nın maddə şəklində yox, enerji şəklində olduğu mülahizəsi irəli sürülür. Bu problemə daha da aydınlıq gətirmək üçün bəzi fiziki və riyazi müddəalar üzərində geniş dayanmaq lazımdır.

Qalaktikaların fırlanması differensial olaraq baş verir. Bu o deməkdir ki, qalaktika obyektlərinin fırlanma sürəti  $V(R)$  qalaktikanın mərkəzindən olan  $r$  məsafəsindən asılıdır.  $V(R)$  qalaktika kütləsinin paylanma xüsusiyyətləri ilə müəyyənləşir və  $M(R)$  kütləsinə malik  $r$  radiuslu sferik həcmdə

$$V(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

kimi təyin olunur. Qalaktikanın əsas kütləsinin yerləşdiyi həcmdən kənarında  $V(r) \sim r^{\frac{1}{2}}$ . Ancaq bir çox spiral qalaktikalarda mərkəzdən kifayət qədər uzaq məsafələrdə (20-25 kiloparsek, 1 kiloparsek  $30.86 \cdot 10^{12}$  km-ə bərabərdir)  $V(R)$  demək olar ki, sabit qalır və bu müşahidə olunan qalaktika kütləsinin sıxlığının mərkəzdən uzaqlaşdıqca azalması faktı ilə ziddiyət təşkil edir (şəkil 1).

Beləliklə,  $V(R)$ -in müşahidə olunan qiymətlərinə aydınlıq gətirmək üçün belə bir fərziyyə irəli sürmək mümkündür ki, qalaktikanın görünən sərhədlərindən on dəfələrlə çox olan məsafəyə qədər yayılmış və qalaktikanın şualanaraq görünən kütləsindən 10 dəfə çox olan və görünməyən (şualanmayan) materiya mövcuddur. Bu bölgə qalaktika qalosu aqlanır.

Müasir kosmoloji modellərə görə hiss edilən barion maddənin (ənənəvi hissəciklərdən ibarət) qalaktikalardakı miqdarı gözlənilməyindən azdır. Son vaxtlar alınan nəticələr bunu deməyə əsaslı verir ki, çatışmayan barion maddə ola bilsin ki, qalaktika qalosunda toplanmış 1000000-2500000 K temperaturu qalaktikalararası qazlardan ibarətdir (*Rubin V. C., Ford W. K. 1970*).

Müasir təsəvvürlərə görə Kainatın kütləsinin cəmi 4.9 %-ni barion materiya təşkil edir. Təqribən 26.8 %-i isə güclü və elektromaqnit qarşılıqlı təsirlərdə iştirak etməyən qeyri-barion qaranlıq materiyadan ibarətdir. Qaranlıq materiya özünü ancaq qravitasiya effektlərində aşkara çıxarır (J.D. Harrington, Janet Anderson, Peter Edmonds 2012).

Hissəciklərin sürətindən asılı olaraq qara materiya isti və soyuq komponentlərə ayrılır.

İsti qara materiyanın sürəti işıq sürətinə yaxın olan hissəciklərdən, çox guman ki, neytrinodan ibarət olduğu hesab edilir. Müasir təsəvvürlərə görə qalaktikaların formalaşması üçün qara materiyanın olması kifayət deyildir. Relikt şualanmanın strukturlarının tədqiqi göstərir ki, qalaktikaların formalaşması mərhələsində maddə çox kiçik fluktasiyalı sıxlığa malik olmuşdur. Çox dinamik hərəkətdə olan isti qara materiya bu cür incə strukturları əmələ gətirə bilməzdi.

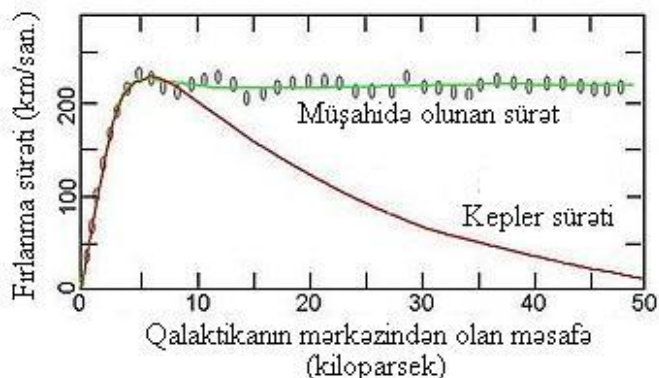
Soyuq qara materiya ağır və yavaş hərəkət edən (bu mənada soyuq) hissəciklərdən ibarət olmalıdır. Eksperiməntal olaraq belə hissəciklər hələlik aşkar edilməmişdir. Qara materiyaya namizəd rolunu zəif qarşılıqlı təsirdə olan ağır hissəciklər (Weakly Interactive Massive Particles, WIMP) kimi aksionlar, yüngül bozonların supersimmetrik fermion-cütləri – fotonlar və qravitinolar ola bilər.

Qara materiyanın mövcudluğunun bir dəlili kimi qəbul edilən amillərdən biri də Böyük partlayıdan təqribən 300 min il sonra başlayan qalaktikaların formalaşması prosesinin modelləşdirilməsi üçün aparılan hesablamalardan alınan nəticələrdir. Bu hesablamalar göstərir ki, partlayış nəticəsində yayılan materiya hissələri arasındakı qravitasiya qüvvələri yayılmanın kinetik enerjisini kompensasiya edə bilməzdi və nəticədə bizim həтта bu gün də müşahidə etdiyimiz proses – maddənin qalaktikalarda toplanması baş verməzdi. Bu problem “Qalaktik paradoks” adlanır və uzun müddət “Böyük partlayış” nəzəriyyəsinə qarşı əsas arqument olunmuşdur. Əgər qəbul etsək ki, Kainatın formalaşmasının ilkin mərhələlərində adi maddə qaranlıq materiya ilə qarışıq vəziyyətində olub, problemin həlli fəvqaladə dərəcədə asanlaşar. Araşdırmalar göstərir ki, bu halda əvvəlcə qalaktikalarda çox böyük miqdarda qara materiya bir yerə toplaşmış, sonra isə qravitasiya hesabına Kainatın ümumi kütləsinin bir neçə faizini təşkil edən adi maddə cəzb olunmuş və nəticədə qalaktikalar və onların toparları əmələ gəlmişdir.

**Nəticə.** Bəlkə də təəssüf hissi ilə qeyd etməliyik ki, bizi əhatə edən aləm – Kainat biz düşündüyümüz kimi deyilmiş. Bu gün bizim Kainat haqqında bildiklərimizi bütövlükdə Kainata yox, onun görə bildiyimiz çox cüzi bir hissəsinə aid etmək olar. Kainatın görə bilmədiyimiz hissəsinin fiziki, dinamik, həndəsi və s. kimi xüsusiyyətləri haqqında biliklərimiz hələlik çox məhdud səviyyədədir. Bu sahədə nəzəri biliklərin sürətlə genişlənməsi və Kainatın tədqiqinin prinsipcə yeni metod və vasitələrinin inkişaf səviyyəsi belə bir mülahizənin irəli sürülməsinə imkan verir ki, yaxın bir neçə onillik ərzində Kainatın bu müəmmasına kifayət qədər aydınlıq gətiriləcəkdir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Zwicky F. On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae // Astrophys.J. 1937, Vol. 86, P. 217
2. Rubin V. C., Ford W. K. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions // Astrophysical Journal, 1970, Vol. 159, P. 379.
3. J.D. Harrington, Janet Anderson, Peter Edmonds. NASA's Chandra Shows Milky Way is Surrounded by Halo of Hot Gas (аНГЛ.). NASA, 2012.
4. www.astronet.ru/db/msg/1162260



Şəkil 1. Qalaktikaların differensial fırlanma əyrisi

**МУСТАФА АГАЕВ**

*agayevm.50@mail.ru*

**МАГОМЕД ГАСАНОВ**

*mahammad.hasanov@rambler.ru*

*Бакинский Государственный Университет,*

*НИИ Проблем Физики,*

**ЛАМАН АБДУЛЛАЕВА**

*l.k\_abdullayeva@mail.ru*

*Азербайджанский Технический Университет*

## **ИЗУЧЕНИЕ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ P – N ПЕРЕХОДА С МЕТАЛЛИЗАЦИЕЙ ИЗ АМОРФНОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СПЛАВА $Al_{80}Ni_{20}$**

**Введение.** В начале XXI века человечество столкнулось с необходимостью решения долгосрочных энергетических проблем, связанных с близкой перспективой исчерпания традиционных источников энергии и ухудшением экологического состояния Земли. В промышленно развитых странах уделяется большое внимание разработке систем на основе возобновляемых источников энергии, в том числе энергии Солнца.

Не загрязняющие окружающие среды солнечные элементы и батареи широко используются в космосе, на поверхности Земли (обеспечение электрической энергией зданий и частных домов, электрическое обеспечения мобильных связей в отдельных районах, освещения дорог, энергетическое обеспечение воинских частей в пустынных условиях, охраны от коррозии нефтяных и газовых труб, зарядка больших аккумуляторов и мобильных телефонов). Если учитываем что, Азербайджан находится в солнечных территориях планеты (число солнечных дней примерно 300), то использования солнечных батарей очень актуально.

Цена производимой электроэнергии определяется, прежде всего стоимостью материала, из которого изготовлен СЭ, и затратами технологического процесса производства СЭ. Основным материалом для изготовления солнечных элементов в настоящее время является кристаллический кремний, так как он является основным материалом всей твердотельной электроники, и его производство отлажено (Афанасьев и др. 2011, 6-59).

**Эксперимент.** Нами были исследованы элементы на основе p – n перехода из p-Si, покрытые просветляющим покрытием с переменным составом  $SiO_x$  ( $x=1 \div 2$ ) и Ag металлизацией (Аскеров и др. 2003, 66-68), и элемент, покрытый фосфорсиликатным стеклом (ФСС) и металлизацией из аморфного металлического сплава  $Al_{80}Ni_{20}$  (Аскеров и др. 2002, 125; Аскеров и др. 2003, 66-68; Золотухин и Калинин 1990, 75).

Многие свойства аморфных сплавов зависят не только от структуры образца в целом, но и от состояния его поверхности. (Аскеров и др. 2018, 1). Определенные представления о поверхностной микроструктуре можно получить методами растровой электронной микроскопии, ОЖЕ – электронной спектроскопии, рентгеноструктурного анализа, рентгеноэлектронной спектроскопии. Среди условий, необходимых для формирования аморфного состояния металлических сплавов, хорошо известны кинетические условия и роль термодинамических факторов.

Все образцы имели на рабочей поверхности одинаковый рисунок контактной сетки, но с различным шагом. Сняты нагрузочные ВАХ исследуемых элементов, из которых рассчитана к.п.д. солнечных элементов (Аскеров и др. 2003, 66-68). Из снятых вольт – фарадных характеристик рассчитана высота потенциального барьера р – n перехода С.Э.



Рисунок 1. Электронно-микроскопические снимки пленок.  
а) поликристаллический Al  
б) аморфный металлический сплав  $Al_{0,8}Ni_{0,2}$

Во время измерений солнечная батарея освещалась проградуированным имитатором солнечного излучения с регулируемой интенсивностью потока. Интенсивность потока изменялось в пределах от  $30 \cdot 10^{-3}$  до  $0 \text{ Вт} / \text{см}^2$ . Все измерения проводились при комнатных условиях.

При освещенности  $F = 450 \text{ Л}_x$  были получены следующие данные:

Элементы \ Параметры	$\eta$ , %	$I_{кз}$ , mA	$U_{xx}$ , V	$\Phi_B$ , eB
I элемент	18,3	14,3	0,86	1,3
II элемент	16,9	13,85	0,9155	1,25
III элемент	10,17	14,5	0,472	0,45

где  $\eta$  - коэффициент полезного действия СЭ

$I_{кз}$  – ток короткого замыкания

$U_{xx}$  – напряжение холостого хода

$\Phi_B$  – высота потенциального барьера р – n перехода

При исследовании спектральной чувствительности обнаружена что спектральная чувствительность солнечного элемента падает как при освещении светом очень коротких волн, так и длин волн, близких к поглощению.

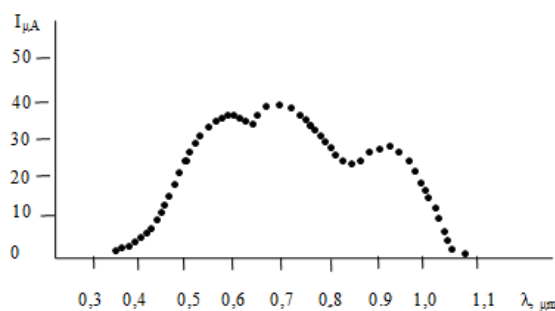


Рисунок 2. Спектральная характеристика солнечного элемента на основе р-n перехода из р-Si с металлизацией из аморфного металлического сплава  $Al_{80}Ni_{20}$ .

Интервал чувствительности элемента на падающую лучистую энергию находится в области от 0,34 мк до 1,08 мк, а максимум чувствительности элемента достигается при 0,7 мк, что хорошо согласуется с теоретическими данными для кремниевых солнечных элементов (Колтун 1987, 1-24; Августимов и др. 1995, 120-154).

Из сказанного легко видеть, что для обеспечения высокого значения  $\Phi_B$  необходимо применять изготовления с.э. такой полупроводниковый материал, который имел бы малое число неосновных носителей тока в темноте.

**Заключение.** Последнее условие выполняется, во первых , если материал имеет большое число основных носителей тока как в р -, так и в п областях, т.е. если материал в сильной степени насыщен донорами или акцепторами, и, во вторых если полупроводник имеет более широкую запрещенную зону. Однако , при применении материалов с относительно широкой запрещенной зоной, качества С.Э. ухудшается, несмотря на рост  $\Phi_B$  . Ухудшение качества обусловлена тем, что фотоны с малой энергией не могут создавать электронно-дырочные пары.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев В. П., Теруков Е. И., Шерченков А. А. ; 2011; Тонкопленочные солнечные элементы на основе кремния; стр.6 – 59.
2. Askerov S. G., Abdullayeva L. K., Hasanov M. H.; 2018; The influence of the metal microstructure on the breakdown mechanism of Schottky diodes; *J Mater Phys Chem.*; 1(3); 1.
3. Августимов В.Л., Белоусова Т.Н., Власкина С.И., Свечникова С.В., Шапалов З.И., Шейнман М.К.; 1995; Оптоэлектроника и полупроводниковая техника; стр. 120 –154.
4. Аскеров Ш.Г., Агаев М.Н., М.Г. Гасанов, Оруджов В.А., Гусейнов Н.А.; 2003; Вестник Академии Наук Азербайджана; т. XXIII; №5(II); стр.66 – 68.
5. Аскеров Ш.Г., Агаев М.Н., Гасанов М.Г., Асланов Ш.С., Оруджов В.А., Гусейнов Н.А.; 2002; Тез. докл. Научно – техническая конференция: Связь и наука; Баку; стр. 125.
6. Золотухин И.В., . Калинин Ю.Е.; 1990; Успехи физических наук; 160; № 9; стр.75.
7. Колтун М.М.; 1987; Солнечные элементы; М.; Наука; стр. 1-24.

## QALAKTİKALAR VƏ ULDUZ ASTRONOMİYASI

**Qalaktika** və ya **Kəhkəşan** - vahid cazibə mərkəzi ətrafında dövr edən nəhəng ulduzlar, ulduz qalıqları, ulduzlararası qaz, toz və qaranlıq materiya sisteminə verilən addır. Bizim Qalaktika dedikdə, Günəş sisteminin də daxil olduğu ulduz sistemi nəzərdə tutulur. Bu ulduz sistemində təxminən 200 milyard ulduz daxildir. Qalaktika anlayışına aydınlıq gətirməyə çalışaq. Gəlin belə hesab edək ki, biz işıq sürəti ilə hərəkət edə bilən bir xəyali kosmik gəmidəyik və lüminafordan ulduzlararası mühitin əsrarəngiz mənzərəsini seyr etmək imkanımız vardır [1]. Hələ ən qədim zamanlardan, insanları aydın və Aysız gecə göyündə şimaldan cənuba doğru uzanan işıqlı bir zolağın möcüzəli görünüşü həmişə maraqlandırmışdır. Səmanın başqa hissələrindən fərqlənən və nisbətən möcüzəli görünən bu işıqlı zolağı insanlar öyrənməyə çalışmışlar. Aydın məsələdir ki, adı gözlə bunu öyrənib müəyyən fikir söyləmək o qədər də asan olmamışdır.

Teleskoplar icad olunduqdan sonra şimaldan cənuba doğru yönəlmiş həmin ağ zolağın Qalaktikanın mərkəzi müstəvisində yerləşən ulduzların şüalanmasının yaratdığı fon olduğu məlum oldu. Buna Ağ yol, Süd yolu, müsəlman aləmində isə Məkkə yolu, anadolu türkləri isə Samanyolu adını verdilər. Bu işıqlı zolağa Məkkə yolu adının verilməsinin özünəməxsus tarixi vardır. Hələ kompas kəşf olunmamışdan qabaq, insanlar cəhətləri müəyyən ulduzlara və səma cisimlərinin vəziyyətinə görə təyin edirdilər.

Ağ Yol isə dünyanın şimal qütbündən cənub qütbünə doğru yönəldiyindən, insanlar gecə vaxtı yolu azmasınlar deyə həmin istiqaməti tutub müqəddəs həcc ziyarətinə gedərmişlər. Məkkə Yolu ifadəsi bu anlamın nəticəsində yaranmışdır. Bu həm də Məkkəni göstərən yol anlamına gəlir. Ağ Yoldakı çoxlu sayda ulduzların bizim Qalaktika adlanan vahid bir ulduz sistemi təşkil etməsi fikri heç də asan əldə olunmamışdır.

Bizim Günəş kimi Qalaktikamıza təxminən 150-200 milyarda yaxın ulduz daxildir. Bütün bu sistem vahid bir kütlə mərkəzi ətrafında birləşərək bizim Qalaktikanı əmələ gətirir [1]. Ayrıca ulduz sistemləri olan qalaktikaların kəşfini XX əsrin ən böyük kəşflərindən biri hesab etmək olar. Bu kəşf Kainatın quruluşunu və miqyasını başa düşməkdə mühüm rol oynadı. Bundan başqa Kainatda zamana görə baş verən dəyişiklikləri də tədqiq etməyə şərait yarandı. Günəşdən Qalaktikanın mərkəzinə qədər olan məsafə təxminən 28-32 min işıq ili, yaxud 8-10 kiloparsek (kilo-min deməkdir) tərtibindədir. Bu o deməkdir ki, Günəş Qalaktikanın nə mərkəzində, nə də kənarında yerləşir. Qalaktikanın mərkəzindən Günəşə qədər olan məsafə çox da böyük dəqiqliklə təyin edilməmişdir. Günəş ona yaxın ulduzlarla birlikdə Qalaktikanın mərkəzi ətrafında 8–10 kiloparseklik məsafədə 200–220 km/san sürətlə təxminən 230 milyon ildə tam bir dövr edir. Bunu bəzən Qalaktik ildə adlandırırlar. Deməli Yer bütün mövcud olduğu 4,5 milyard il ərzində Qalaktika mərkəzi ətrafında cəmi 30 dəfədən artıq dövr etməmişdir. Bu hesabla bizim Qalaktikanın cəmi 40 qalaktik il qədər yaşı vardır. Qalaktika mərkəzi ətrafında Günəşin hərəkət sürəti, spiral qolları əmələ gətirən sıxılma dalğalarının həmin ərazidəki qiyməti ilə faktiki olaraq üst-üstə düşür. Belə hal ümumilikdə Qalaktika üçün normal hal deyildir. Ona görə ki, spiral qollar sabit bucaq sürəti ilə fırlanırlar, ulduzların hərəkəti isə tamam başqa qanunauyğunluqla baş verir. Bu baxımdan bizim Qalaktikanın diskində yerləşən bütün ulduzlar gah spiral qolların daxilində, gah da ondan kənarında yerləşirlər.

Qalaktikada ulduzların və spiral qolların sürətlərinin üst-üstə düşdüyü yeganə yer -korotasiya dairəsi adlanan (korotasiya – sürətlərin bərabərləşdiyi dairə) məkandır. Günəş də həmin dairənin çox yaxınlığında yerləşir. Erkən qalaktikaların formalaşdığı detallı proses astrofizikada açıq mövzudur. Bununla bağlı nəzəriyyələri iki kateqoriyaya bölmək olar: yuxarı-aşağı və alt-yuxarı. Yuxarı aşağı nəzəriyyələrə görə, protoqalaktikalar təxminən yüz milyon il davam edən genişmiqyaslı sinxron çöküşdə meydana gəldi. Alt-yuxarı nəzəriyyələrə görə isə, ilk növbədə kürəvi ulduz topaları kimi kiçik strukturlar meydana gəlmiş və sonra bu cür cisimlərin müəyyən miqdarı bir yerə yığılaraq qalaktikaları meydana gətirmişdir.

Qalaktika bir neçə tiplərə bölünür:

1. Qarsılıqlı təsir: Qalaktikalar arasındakı qarşılıqlı təsir nisbətən tez-tez olur və qalaktik təkamüldə mühüm rol oynayır. Qalaktikalar bir-birindən yaxın keçişlər edərkən qravitasiya qarşılıqlı təsiri onların deformasiyasına və bir-biriləri ilə qaz, toz mübadiləsi etməsinə səbəbiyyət verir. Toqquşmalar o vaxt baş verir ki, iki qalaktika birbaşa bir-birilərinin içindən keçir və birləşməmələri üçün kifayət qədər nisbi impulsa sahibdirlər [2]. Qarşılıqlı təsirdə olan qalaktikaların ulduzları adətən toqquşmalar, ancaq iki formadakı qaz və toz bir-biriləri ilə qarşılıqlı təsire keçərək bəzən ulduz formalaşmasına səbəbiyyət verir. Toqquşmalar qalaktikaların formasını ciddi şəkildə pozaraq, budaqlar, halqalar və ya quyruq bənzəri strukturlar yarada bilər.

2. Ulduzyaradan qalaktika: Ulduzlar qalaktikalardakı nəhəng molekulyar buludlarda formalaşan soyuq qaz rezervlərində yaranır. Müşahidələr göstərdi ki, bəzi qalaktikalarda ulduzlar yüksək tempdə formalaşır. Bu qalaktikalar yüksək tempdə ulduz yaradan qalaktikalar adlanır. Əgər onlar bu tempdə ulduz yaratmağa davam etsələr, onda qaz ehtiyatlarını qalaktikanın ömründən az olan bir müddət ərzində istehlak edərdilər. Belə ki, ulduz yaratma aktivliyi 10 milyon il davam edir; qalaktika tarixində nisbətən qısa perioddur. Ulduzyaradan qalaktikalar kainatın ilkin vaxtlarında daha çox yayılmışdı və hazırda, hələ də ümumi ulduz istehsal tempinə təxminən 15 %-lik töhfə verirlər. Ulduzyaradan qalaktikalar qazın tozlu konsentrasiyası və ətrafdakı buludları ionlaşdıraraq kütləli ulduzlar da daxil olmaqla yeni formalaşmış ulduzların görünüşü ilə xarakterizə olunur. Bu kütləli ulduzlar supernova partlayışları yaradır və bunun nəticəsində də ətrafdakı qazla güclü qarşılıqlı təsire keçən genişlənən qalıqlar yaranır [2]. Bu partlayışlar bütün qazlı bölgəyə yayılan ulduz formalaşmalarının zəncirvari reaksiyalarına səbəb olur. Yalnız əlçatan qaz təxminən istehlak edildikdə və ya dağıldıqda, ulduz yaratma fəaliyyəti sona çatır.

3. Fəal Qalaktika: müşahidə olunan qalaktikalarda fəal qalaktik nüvə varsa, onlar aktiv qalaktikalar kimi təsnif edilir. Qalaktikadan buraxılan ümumi enerjinin əhəmiyyətli bir hissəsi ulduzlar, toz və ulduzlararası mühit əvəzinə fəal qalaktik nüvədən yayılır. Qalaktikanın fəal nüvəsinin standart modeli qalaktikanın nüvə bölgəsindəki ifrat kütləli qara dəliyin ətrafında formalaşan yığılma diskinə əsaslanır. Qalaktikanın fəal nüvəsindən şüalanma diskdən qara dəliyə doğru düşən maddənin cazibə enerjisi ilə alınır. Bu qalaktikaların təxminən 10%-i diametrik şəkildə bir-birinə əks enerjetik axın cütü qalaktika nüvəsindən işıq sürətinə yaxın sürətlərdə hissəciklər qovub çıxarır. Bu axınların istehsal mexanizmi tam məlum deyil.

Qalaktikaya daxil olan əsas göy cisimləri ulduzlardır. Ulduzlar Qalaktikada müəyyən qruplar və ya ulduz toparları əmələ gətirirlər. Topaya daxil olan ulduzlar dinamik əlaqədə olub, birməhərəkətdə iştirak edirlər.

Ulduz toparları xarici görünüşlərinə görə üç qrupa ayrılır:

1. Kürəvi ulduz toparları;
2. Açıq və ya dağınıq ulduz toparları;
3. Ulduz assosiasiyaları;

**Kürəvi ulduz toparlarında** 100 minlərlə ulduz olur. Bu toparların orta diametri 30 ps tərtibindədir. Kürəvi toparlarda ulduzlarm konsentrasiyası Qalaktikada ulduzların orta konsentrasiyasından qat-qat böyükdür. İndiyə qədər Qalaktikamızda 130 kürəvi ulduz topası kəşf olunmuşdur. Herkules bürcündəki kürəvi ulduz topası gösrərilmişdir.

**Dağınıq ulduz toparlarının** otra diametri 2-20ps-dir. Qalaktikada 1200-qədər dağınıq ulduz topası kəşf olunmuşdur.

**Ulduz assosiasiyaları** XX əsrin ortalarında kəşf olunmuşdur. Aşkar olunmuşdur ki, nəhəng və böyük işıqlıqlı ulduzlar dinamik qruplar təşkil edirlər. Onlara ulduz assosiasiyaları deyilir. Ulduz assosiasiyaları iki qrupa ayrılır. OB - assosiasiyalar əsasən isti ulduzlardan, T - assosiasiyalar isə nisbətən soyuq və cırdan ulduzlardan ibarətdir.

## ƏDƏBİYYAT

1. R.Ə. Hüseynov. Astronomiya. Bakı: 1997.
2. C.M.Guluzadə. Klassik astronomiya. Bakı: 2004
3. Э.В. Кононович, В.И. Мороз. Курс общей астрономии. Москва: 2001.
4. И.Ф. Полак. Курс общей астрономии. Москва: 1951.

NƏSİMİ VALEHOV  
FİDAN VALEHOVA  
Milli Aviasiya Akademiyası  
Milli Aerokosmik Agentlik,  
Ekologiya İnstitutu  
nvalehov@mail.ru

## PEYK TƏSVİRLƏRİ VƏ CİS TEXNOLOGİYALARI ƏSASINDA ŞAMAXI RAYONUNUN LANDŞAFT ELEMENTLƏRİNİN DİNAMİKASININ QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİ

Son illərdə respublikanın müxtəlif bölgələrində müşahidə olunan infrastruktur dəyişiklikləri qiymətləndirmək, onların fiziki-həndəsi ölçülərini hesablamaq və alınmış nəticələri elektron kartoqrafik təqdim etmək ən mühüm məsələlərdən biridir. Tədqiqat aparılan obyekt kimi Şamaxı rayonunun ərazisində yarım səhra, dağ-meşə, yüksək dağlıq, subalp-alp cəmənlilikləri üstünlük təşkil edir. Dağətəyi qurşaqların torpaqları şabalıdı tiplərə aiddir və özündə yarım səhra, hissə-hissə kolluq bitkilərini formalaşdırır. Tədqiqatın aparılması üçün ilk növbədə Şamaxı rayonunun 1:100000 miqyaslı xəritələrində istifadə edilmişdir. Son dövrlərdə ərazi üzrə spektrofotometrik məlumatların olmaması səbəbindən, 1990-cı illərə qədər olan arxiv məlumatlarından geniş istifadə olunmuşdur [1].

Şamaxı Qafqaz dağlarının cənub-şərq ətəklərində, dəniz səviyyəsindən 749 metr hündürlükdə yerləşir. Şərqdən Pirsaat çayı, şimal və şimal-qərbdən Pirdirəyi və Qız qalası dağları, qərbdən Xınıslı kəndi, Meysəri dağı, cənubdan Zogalavay çayı ilə əhatə olunur. Bakı-Qazax avtomagistralının Bakıdan qərbə 122-ci kilometrində yerləşir. Şamaxı torpaqlarının təbii şəraiti lap qədim vaxtlardan insanlar cəlb edirdi. Bu rayonun özünəməxsus təbiəti, mülayim iqlimi, minqeral bulaqları ona xüsusi gözəllik bəxş edir. Burada havalar nə çox şaxtalı, nə də çox qızmar olur. Uca dağlar qoynundakı palıd, fıstıq və vələs meşələri, göz oxşayan yaşıl cəmənliliklər və kol bitkiləri yazdan payıza qədər burada ecazkar bir mənzərə yaradır. Şamaxı rayonunun ərazisində 50-dən çox adda dərman bitkiləri yetişir.

Meşələrin ən zəngin təbiəti burada heyvanların və quşların yaşaması üçün çox əlverişlidir. Şamaxının heyvanat aləmində cüyürlər, qabanlar, ayılar və çöl pişikləri üstünlük təşkil edir. Dağlıq ərazidə yayda azacıq isti, qışda isə mülayim iqlim şəraiti müşahidə olunur. Burada ildə 40–80 gün qar yağır. Qarın orta qaranlığı 30–50 sm-dir [2].

İlkin olaraq landşaft elementlərinin mövsumi dinamikası haqqında toplanmış informasiyalar aşağıda verilən məsələlərin həllində istifadə edilmişdir:

1. *Bitkilərin fərqlənməsini təmin edən optimal zaman intervalının müəyyən edilməsi;*
2. *Şəhər infrastrukturunun inkişaf dinamikasının və kənd təsərrüfatı ərazilərinin monitorinqi;*
3. *Spektral və MM verilənləri əsasında təsnifatın dəqiqliyinin yüksəldilməsi.*

Vegetasiya dövrü ərzində müxtəlif kənd təsərrüfatı bitkilərinin fərqlənmə dərəcəsidə müxtəlifdir. Spektral əks etmə xüsusiyyətləri əsasında bitki örtüyünün parametrlərinin qiymətləndirilməsində vegetasiya indeksləri mühüm rol oynayır. Vegetasiya indeksi dedikdə, bitkinin vegetasiya dövründə və digər amillərdən (torpaq örtüyündən, meteoroloji şəraitindən) asılı olaraq müxtəlif dalğa uzunluqlarında spektral əks olma əmsalları arasındakı əlaqə başa düşülür. Hal-hazırda 160-a yaxın vegetasiya indeksi mövcuddur. Onlar təcrübə olaraq (empirik) müəyyənləşdirilir. Burada əsas amil kimi bitki örtüyü və torpağın spektral xarakteristikalarının məlum xüsusiyyətlərindən istifadə olunur. Bir çox indekslərin hesablanması əsasən spektral əks olma ayrılardan stabil (digər amillərdən asılı olmayan) hissələrində aparılır. Xlorofilin təsirindən spektrin qırmızı zonasında ( $\lambda = 0,62 - 0,75 \text{ mkm}$ ) Günəş radiyasının udulması maksimum, yaxın infraqırmızı zonada isə ( $\lambda = 0,75 - 1,3 \text{ mkm}$ ), yarpağın daxili quruluşunun-strukturunun təsirindən əks olma enerjisi maksimum olur. Cədvəl 1-də geniş istifadə olunan bir neçə vegetasiya indeksinin təsnifatı verilmişdir [3].



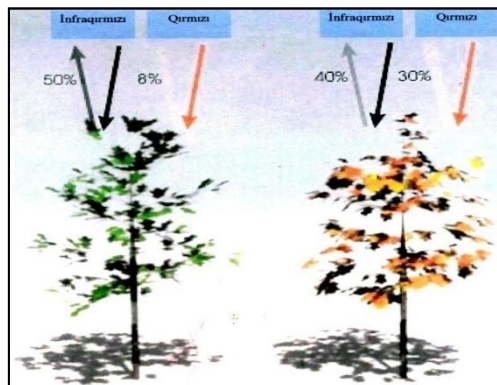
*Cədvəl 1. Fotosintetik cəhətdən aktiv olmayan obyektlərin normallaşdırılmış nisbi bitki örtüyü indeksi*

İndeksin adı	Qısa izahı
1. Nisbi vegetasiya İndeksi BV (Ratio VI, RVI)	$RVI = \left[ \frac{\rho_{NIR}}{\rho_{RED}} \right]$ - İndeksin qiyməti sıfırdan sonsuzluğa kimi dəyişir. Yaşıl bitkilər üçün $RVI > 1$ olub yaşıl kütlənin artması ilə artır. Adətən qiyməti 2 – 8 arasında götürülür.
2. Normallaşdırılmış Diferensial vegetasiya indeksi (NDVI)	$NDVI = \frac{\rho_{NIR} - \rho_{RED}}{\rho_{NIR} + \rho_{RED}}$ - İndeks mənfə 1-dən müsbət 1-ə kimi qiymətlər ala bilər. Bitki örtüyü üçün adətən 0,2-dən 0,8-ə kimi götürülür.
3. Təkmilləşdirilmiş vegetasiya indeksi (EVI)	$EVI = \frac{\rho_{NIR} - \rho_{RED}}{\rho_{NIR} + C_1\rho_{RED} - C_2\rho_{BLUE} + L} (1+L)$ - $C_1, C_2$ və $L$ əmsalları uyğun olaraq 6,0; 7,5 və 1,0 qiymətinə malik olur. İndeks mənfə 1-dən müsbət 1-ə kimi qiymətlər ala bilər.
4. İnfraqırmızı vegetasiya indeksi (IPVI)	$IPVI = \left[ \frac{\rho_{NIR}}{\rho_{NIR} + \rho_{RED}} \right] = \left[ \frac{NDVI + 1}{2} \right]$ - funksional olaraq IPVI və NDVI-ə ekvivalentdir. İndeks 0-dan 1-ə qədər qiymətlər ala bilər. Yaşıl bitkilər üçün qiyməti 0,6-dan 0,9-a kimi dəyişir.

Bu indekslərdən ən geniş istifadə olunanı – NDVI (Normalized Difference Vegetation Index) normallaşdırılmış vegetasiya indeksidir. Bitki örtüyü üçün bu indeks müsbət olub, fitokütlənin miqdarından asılı olur. Fitokütlə nə qədər çox olarsa, NDVI-nin qiyməti bir o qədər yüksək olur. İndeksin qiymətinə eyni zamanda bitkilərin növü, tərkibi, onun seyrəklik dərəcəsi, bioloji durumu, bitki səthinin meylik bucağı və torpağın rəngi təsir göstərir. Təbii obyektlərin vəziyyətini qiymətləndirmək üçün vegetasiya indeksindən istifadə edilir. Bitkilər üçün normal vegetasiya indeksi aşağıdakı kimi müəyyən olunur:

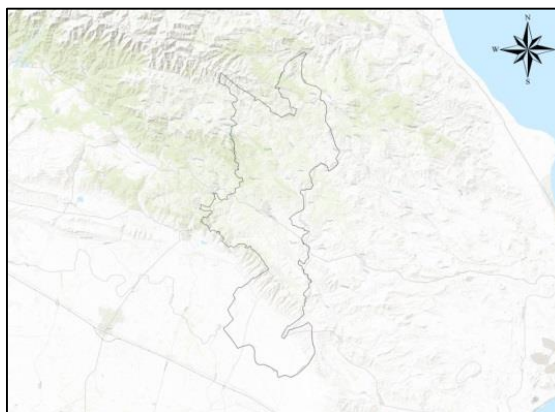
$$V = \frac{R^{iQ} - R^i}{R^{iQ} + R^i}, \quad (1)$$

burada  $R^{iQ}, R^i$  müvafiq olaraq, infraqırmızı və qırmızı oblastlarda bitkinin spektral parlaqlığıdır. Vegetasiya indeksi mücərrəd bir parametr kimi bitkilərin vəziyyəti haqqında təsəvvür yaradır.

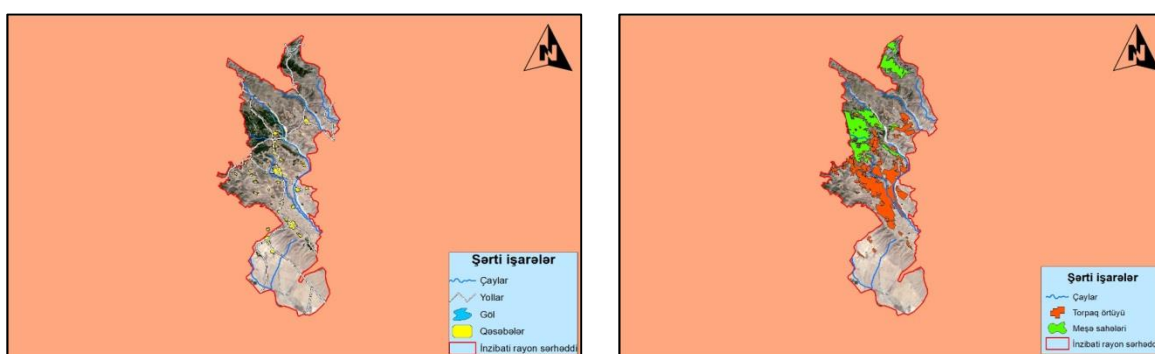


**Şəkil 1. Vegetasiya indeksləri**

Topoqrafik verilənlər və peyk təsvirləri əsasında landşaft elementlərinin təsnifatının aparılması üçün bütün fəsillər üzrə aparılmış çoxillik bort spektrometrik verilənlərindən istifadə olunmuşdur. Həmin mərhələdə elektromaqnit spektrinin qırmızı və yaxın İQ oblastlarını əhatə edən 2 diapazon seçilmişdir. Kartoqrafik verilənlər, topoqrafik xəritələr və peyk təsvirləri əsasında Şamaxı rayonunun tematik laylar yaradılmış elektron xəritələri aşağıdakı şəkillərdə göstərilmişdir [4].



Şəkil 2. Şamaxı rayonunun 1:100000 miqyaslı topoqrafik xəritəsi



Şəkil 3. Şamaxı rayonunun 2019-cu ilin peyk təsviri əsasında yaradılmış landşaft elementlərinin tematik layları

Tədqiqat aparılan ərazi kimi fərqli vəziyyətdə olan 3 sahə götürülmüşdür. Hazırda istifadəmizdə olan bütün ölçmələr buluduz hava şəraitində aparılmışdır. Bu da öz növbəsində alınan məlumatların maksimal effektivliyini təmin edir. Bundan əlavə olaraq tədqiqatın aparılmasında təbii obyektlərin spektral əksətmə qabiliyyətinin laboratoriya və çöl şəraitində alınmış qiymətlərindən istifadə olunmuşdur. Vegetasiya müddəti zamanı ayrı-ayrı kənd təsərrüfatı bitkilərinin fərqlənmə dərəcəsidə müxtəlif olur. Belə olduğu halda vegetasiyanın ilkin mərhələsində bitki örtüyü əks olunma funksiyasına görə torpağa yaxın olmuşdur [5].

Beləliklə, Şamaxı rayonunun 1975-ci ildə yenilənmiş topoqrafik xəritəsi ilə həmin ərazinin 2019-cu il Landsat 8 peyk təsvirlərinin emalı nəticələri müqayisə edilmişdir və regionda bitki örtüyünün azalması müşahidə olunmuşdur. Tədqiqat aparılan ərazi üzrə meşə sahələri kəskin şəkildə azalmış, meyvə bağları və üzüm sahələri xeyli dərəcədə artmışdır.

### NƏTİCƏ

Çəmən örtüyünün təsnifatlaşdırılması onların spektral xüsusiyyətləri əsasında həyata keçirilir və təsvirləri klassifikasiya edən proqram təminatı hər sinfə uyğun olan əraziləri müəyyənləşdirir. Peyk təsvirlərinin əldə edilməsi, geometriyanın yoxlanılması, diapazonların kombinasiyasının yaradılması, pan təsvirlərin hazırlanması, diapazonların düzülüşü, klassifikasiya prosedurları, eksport və müqayisəli analiz tədqiqatın əsas mərhələlərini təşkil etmişdir.

Təsnifatlaşdırmanın nəticəsində alınmış xəritələrlə peyk təsvirlərinin yoxlanılması prosesi

Google Earth proqramı vasitəsilə həyata keçirilmişdir.

Daha məhsuldar torpaq sahələri əldə etmək üçün ölüşlərdə heyvanların nizamsız otarılmasının qarşısı alınmalıdır, ehtiyat istifadə üçün nəzərdə tutulmuş ərazilər təyin edilməlidir. Bunun üçün də geniş kontekstdə, məhsuldarlıq xəritələri, su və torpaq eroziyaları riskini qiymətləndirmək üçün topoqrafik xəritələr, iqlim məlumatları ilə qarışdırıla bilən bitki örtüyü xəritələrindən istifadə edilə bilər.

### **ƏDƏBİYYAT**

1. Mehdiyev A.Ş., Əzizov B.M., Mehdiyev C.S. Aerokosmik monitoring. Bakı: Elm, 2005, 208 s.
2. Mehdiyev A.Ş., Əzizov B.M., Bədəlova A.N. Məsafədən zondlamanın fiziki əsasları.
3. Adil Əzizov. Məsafədən zondlamanın fiziki əsasları Bakı: 2011
4. Congalton, R.G. 1991. Məsafədən Zondlama Vasitəsilə Əldə Edilmiş Məlumatların Təsnifatlaşdırılması Dəqiqliyinin Qiymətləndirilməsinə dair Baxış-İcmal. Ətraf Mühitin Məsafədən Zondlama Vasitəsilə Öyrənilməsi, 46 (oktyabr 1990-cı il), 35–46.
5. Congalton, R. G. and K. Green. 2008. Məsafədən Zondlama Məlumatlarının Dəqiqliyinin Qiymətləndirilməsi : Prinsiplər və təcrübələr, İkinci Buraxılış (Xəritəçəkmə Elmi). CRC Press.

TÜRKAN MƏMMƏDOVA  
VƏFA QAFAROVA  
AMEA Naxçıvan Bölməsi  
qafarovavefa889@gmail.com

## SATURN PLANETİNİN DAXİLİ QURULUŞU VƏ ATMOSFERİ

Saturn-Günəş sistemində Yupiterdən sonra ən böyük ikinci, Günəşdən məsafəsinə görə altıncı planetdir. Saturnun radiusu Yerin radiusundan təqribən 9 dəfə böyükdür. Saturnun sıxlığı Yerin sıxlığının səkkizdə biri qədər olsa da, həcmi Yerin həcmindən 95 dəfə çoxdur. Planetin adı Roma mifologiyasında tanrı hesab edilən Saturnun adından götürülmüşdür.

Ehtimal olunur ki, Saturnun daxili nüvəsi dəmir-nikel və qaya suxurlarından (silisium və oksigen birləşmələri) təşkil olunmuşdur. Bu nüvənin də metalik hidrogenlə əhatələndiyi, orta təbəqələrdə maye hidrogenlə maye heliumun yerləşdiyi və Frenkel xəttindən xaricdə qalan hissənin də qaz təbəqəsindən ibarət olduğu düşünülür. Saturnun üst atmosferi amonyak kristallarından təşkil olduğu üçün rəngi açıq sarı görünür. Metalik hidrogen təbəqəsindəki elektrik axınının planetin maqnit sahəsinin yaranmasına səbəb olduğu düşünülür. Bu axın Yerdəkinə nisbətən daha zəif olmasına baxmayaraq, planetin böyük ölçüləri səbəbindən maqnit momenti Yerin maqnit momentindən 580 dəfə çoxdur. Saturnun maqnit sahəsinin gücü Yupiterin maqnit sahəsinin gücünün iyirmidə birinə bərabərdir. Saturnun üst atmosferi əsasən sakitdir. Buna baxmayaraq uzun müddət davam edən atmosfer hadisələri də müşahidə oluna bilər. Saturnda küləyin sürəti 1800 km/saat-a bərabərdir ki, bu da Yupiterdəkindən daha güclü, Neptundakından isə daha zəifdir[1].

Saturn 9-u davamlı halqa və 3-ü davamsız yay formalı olmaqla buz hissəcikləri, qaya parçaları və kosmik tozdan ibarət olan diqqət çəkən halqa sistemə malikdir. Saturnun kəşf olunmuş 62 peyki vardır ki, bunlardan 53-ü rəsmi şəkildə adlandırılmışdır. Bu siyahıya halqalardakı nisbətən iri hissəciklər daxil edilmir. Saturnun ən böyük peyki Titandır və ölçüsünə görə Günəş sistemində Qanimeddən sonra ikinci peykdir. Ölçüsünə görə Merkürdən daha böyük olan Titanın diqqəti cəlb edən əsas xüsusiyyəti atmosferə malik olmasıdır ki, bu da Günəş sistemində unikal bir haldır. Digər planet peyklərində hələlik atmosfer müşahidə olunmamışdır.

Saturn əsasən hidrogen və heliumdan təşkil olunmuş nəhəng bir planetdir. Bərk səthə malik olmasa da bərk nüvəyə sahib olmaq ehtimalı vardır. Saturn öz oxu ətrafında sürətlə fırlandığı üçün qütblərdən basıq formadadır. Yupiter, Uran və Neptun kimi əsasən qazlardan təşkil olunmuş planetlər də qütblərdən basıq formadadır, ancaq Saturnda bu cəhət daha qabarıq nəzərə çarpır. Saturn Günəş sistemində sıxlığı suyun sıxlığından az olan yeganə planetdir. Saturnun nüvəsinin sıxlığının suya nəzərən olduqca çox olmasına baxmayaraq sıxlığı az olan üst qatların hesabına orta sıxlığı  $0,69 \text{ q/sm}^3$ -ə bərabərdir. Yupiter kütləsinə görə Yerdən 318 dəfə, Saturn isə 95 dəfə daha ağırdır. Yupiter və Saturnun birlikdə kütləsi Günəş sistemindəki planetlərin ümumi kütləsinin 92%-ni təşkil edir.

### Daxili quruluşu.

Saturnun əsasən hidrogen və heliumdan təşkil olunmasına baxmayaraq bu maddələrin çox hissəsi qaz halında deyildir. Çünki hidrogen sıxlığı  $0,01 \text{ q/sm}^3$ -dən çox olduğu halda ideal olmayan maye halına keçir və Saturnun kütləsinin 99,9%-ni təşkil edir. Saturnun daxilinə doğru getdikcə istilik, sıxlıq və təzyiq artır və bu da nüvənin ətrafında hidrogenin metal xüsusiyyətləri daşmasına səbəb olur[2].

Standart planetlər modelinə görə Saturnun daxili hissəsinin Yupiterin daxili hissəsinə oxşadığı, kiçik bərk nüvəyə sahib olduğu və nüvənin ətrafının bir qədər uçucu maddələrlə birgə hidrogen və heliumla əhatələndiyi düşünülür. Bu nüvənin tərkibi Yerin nüvəsinə oxşayır, ancaq sıxlığı daha çoxdur. Saturnun qravitasiya momentinin daxili fiziki quruluş modelləri ilə birgə öyrənilməsi nəticəsində fransız astronomlar Didier Saumon və Tristan Quillot nüvənin kütləsinə məhdudiyət tətbiq olunması düşüncəsinin qəbul etdi. Belə hesab edilir ki, nüvənin diametri təqribən 25000 km-dir və kütləsi Yerin kütləsindən 9-22 dəfə çoxdur. Nüvənin metalik hidrogenlə əhatələndiyi

və daha üst qatlarda tədricən qaz halına keçən heliumla hidrogen təbəqəsinin olduğu düşünülürdü. Nüvənin xaricdə yerləşən təbəqənin qalınlığı 1000 km-dir və qaz halındadır.

Saturnun nüvəsində 11700<sup>0</sup>C-yə çatan istilik vardır və ətrafa Günəşdən qəbul etdiyindən 2,5 dəfə çox enerji yayır. Yupiterin termal enerjisi yavaş qravitasiya sıxışdırmasının Kelvin-Helmholtz mexanizmi tərəfindən meydana çıxır, ancaq Saturnun kütləsi nisbətən az olduğundan bu planetin daxili istiliyini açıqlamaq üçün yetərli deyildir. Saturnun daxilində helium damcılarının yağış olaraq yağması kimi alternativ və ya əlavə mexanizmin isinmənin qaynağı olduğu düşünülür. Helium damcıları daha az sıxlıqlı hidrogenə doğru enərkən sürtünmə nəticəsində istiliyi sərbəst buraxır və xarici təbəqələrdəki helium azalır. Bu enən damcıların nüvəni əhatələyən helium təbəqəsində yığılması ehtimalı vardır.

#### **Atmosferi.**

Saturnun xarici atmosferinin tərkibi 96,3% molekulyar hidrogen və 3,25% heliumdan ibarətdir. Günəşdəki heliumun bolluğu ilə müqayisədə Saturnda heliumun nisbəti önəmli dərəcədə azdır. Heliumdan daha ağır maddələrinin nisbəti bilinməsə də, onların Günəş sisteminin yaranmasının ilkin mərhələlərindəki miqdarına uyğun olduğu düşünülür. Bu ağır elementlərin ümumi kütləsinin Yerdən 19-31 dəfə daha ağır olduğu düşünülür və önəmli hissəsinin nüvə ətrafında olduğu düşünülür.

Saturnun atmosferində az miqdarda ammoniyak, asetilen, etan, propan, fosfin və metan aşkar edilmişdir. Üst bulud qatları ammoniyak kristallarından, alt bulud qatları isə ammoniyum hidrosulfid və ya sudan ibarətdir. Günəşdən gələn ultrabənövşəyi şüalar üst atmosferdə metan fotolizinə səbəb olur və nəticədə meydana çıxan maddələr bir sıra karbohidrogen reaksiyalarına səbəb olur. Bunun nəticəsində ortaya çıxan maddələr diffuziya və burulğanlarla aşağı qatlara daşınır. Bu fotokimyəvi dövrə saturnun fəsil dövrləri ilə tənzimlənir[3].

#### **Bulud qatları.**

Saturnun atmosferi də Yupiterin atmosferi kimi zolaqlıdır, ancaq Saturnun zolaqları daha solğun və ekvatora yaxındır. Bu zolaqları təsnif etmək üçün istifadə olunan termin Yupiterdəki ilə eynidir. Saturnun daha incə olan zolaqları 1980-ci illərdə təşkil olunmuş Voyager proqramına qədər bilinmirdi. O vaxtdan bu yana Yerdən müşahidə edən teleskoplar zolaqları birbaşa müşahidə edəcək səviyyəyə çata bilmişdir.

Saturnun əsasən mülayim olan atmosferində bəzi hallarda Yupiterdəkilərə oxşar oval qasırgılar və digər hadisələr müşahidə olunur. 1990-cı ildə Hubble teleskopu ilə Saturnun ekvatoruna yaxın bölgəsində Voyager proqramı zamanı müşahidə olunmayan böyük ağ bulud müşahidə olundu. Daha sonra 1994-cü ildə başqa kiçik qasırgı müşahidə olundu. 1990-cı ildə müşahidə olunan Böyük ağ ləkə olaraq adlandırılan qasırgı Saturnun şimal yarımkürəsinin yay gündönümündə təqribən hər otuz ildə bir müşahidə olunan qısaömürlü astronomik hadisədir. 1876, 1903, 1933 və 1960-cı illərdə Böyük ağ ləkə müşahidə olunmuşdu ki, bunlardan ən məşhuru 1933-cü ildə baş verən qasırgı idi.

## **ƏDƏBİYYAT**

1. Hüseynov R.Ə. Ümumi astrofizika. Bakı: Bakı Universiteti, 2010, 368 s.
2. Маров М. Я. Планеты солнечной системы. М.: Наука, 1981.
3. [http://astro-obs.chat.ru/origin\\_c.html](http://astro-obs.chat.ru/origin_c.html)

**MAQNİT SAHƏSİNDƏ YÜKLÜ LEPTONLAR (ANTİLEPTONLAR) TƏRƏFİNDƏN NEYTRİNO CÜTLƏRİNİN BURAXILMASI PROSESİNDƏ ENERJİ İTKİLƏRİ**

Maqnit sahəsində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütləri buraxılması prosesində yüklü leptonlar tərəfindən neytrino cütlərinin buraxılması hesabına ulduz mühitindən enerji ayrılır. Vahid zamanda ulduz mühitinin vahid həcmindəki enerji (enerji itkiləri) ümumi halda

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{V} \int \prod_i dn_i f_i \prod_f dn_f (1 - f_f) \frac{|M_{if}|^2}{\mathfrak{S}} q^\circ \quad (1)$$

düsturu ilə hesablanır. Burada  $dn_i$  və  $dn_f$  faza həcm elementindəki, uyğun olaraq, başlanğıc və son halların sayı,  $f_i$  - başlanğıc halda olan zərrəciklərin paylanma funksiyaları,  $f_f$  - son halda olan zərrəciklərin paylanma funksiyaları,  $|M_{if}|^2 / \mathfrak{S}$  - prosesin matris elementinin modulunun kvadratının vahid zamandakı qiyməti,  $\mathfrak{S}$  - ümumi qarşılıqlı təsir zamanı,  $q^\circ$  - bir reaksiyada mühitdən ayrılan enerjidir. Maqnit sahəsində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütlərinin buraxılması prosesində yüklü leptonlar tərəfindən neytrino cütlərinin buraxılması hesabına vahid zamanda ulduz mühitinin vahid həcmindəki enerji itkiləri üçün

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{V} \int dn_e f_e dn_{e'} (1 - f_{e'}) dn_\nu (1 - f_\nu) dn_{\bar{\nu}} (1 - f_{\bar{\nu}}) \frac{|M_{if}|^2}{\mathfrak{S}} q^\circ \quad (2)$$

düsturu doğrudur. Burada

$$dn_e = \frac{L_y}{2\pi} dp_y \frac{L_z}{2\pi} dp_z, \quad (3)$$

$$dn_{e'} = \frac{L_y}{2\pi} dp'_y \frac{L_z}{2\pi} dp'_z, \quad (4)$$

$$dn_\nu = \frac{V d\vec{k}'}{(2\pi)^3} \quad (5)$$

$$dn_{\bar{\nu}} = \frac{V d\vec{k}}{(2\pi)^3} \quad (6)$$

daxil etməklə maqnit sahəsində yüklü leptonlar tərəfindən neytrino cütlərinin buraxılması prosesində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütlərinin buraxılması hesabına vahid zamanda ulduz mühitinin vahid həcmindəki enerji itkiləri üçün

$$\frac{dE}{dt} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^7} \frac{L_y L_z}{\omega \omega' V} \int Q q^\circ (1 - f_\nu) (1 - f_{\bar{\nu}}) f_e (1 - f_{e'}) \delta(E' + \omega' + \omega - E) \times \quad (7)$$

$$\times \delta(p'_y + q_y - p_y) \delta(p'_z + q_z - p_z) dp_y dp_z dp'_y dp'_z d\vec{k} d\vec{k}'$$

ümumi ifadəsini alırıq. (1) və (2) düsturlarında

$$f_e = f_e(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu_e}{T}} + 1} \quad (8)$$

başlanğıc haldakı yüklü leptonların Fermi-Dirak paylanması,  $f_{e'} = f_{e'}(E')$  son haldakı yüklü leptonların Fermi-Dirak paylanması,  $\mu_e$  - yüklü leptonların kimyəvi potensialı,  $T$  - yüklü lepton qazının temperaturu,

$$f_\nu = f_\nu(\omega') = \frac{1}{e^{\frac{\omega'-\mu_\nu}{T_\nu}} + 1} \quad (9)$$

neytrinoların Fermi-Dirak paylanması,  $\mu_\nu$  - neytrinoların kimyəvi potensialı,  $T_\nu$  - neytrino qazının temperaturu,

$$f_{\bar{\nu}} = f_{\bar{\nu}}(\omega) = \frac{1}{e^{\frac{\omega+\mu_\nu}{T_\nu}} + 1} \quad (10)$$

antineytrinoların Fermi-Dirak paylanmasıdır. Biz  $\hbar = c = k_B = 1$  olan vahidlər sistemindən istifadə edirik. Burada  $k_B$  - Bolsman sabitidir.

(7) düsturundakı  $R$  kəmiyyəti aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$R = N_{\alpha\beta} J^\alpha J^{*\beta}, \quad (11)$$

$$N_{\alpha\beta} = k_\alpha k'_\beta + k'_\alpha k_\beta - g_{\alpha\beta}(kk') + i\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} k^\mu k'^\nu \quad (12)$$

Burada  $g_{\alpha\beta}$  - metrik tenzor və  $\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}$  - vahid antisimmetrik tenzordur ( $\alpha, \beta, \mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ ).

Neytrino və antineytrinoların hərəkətinin ixtiyari kinematikasını üçün  $R$  kəmiyyəti üçün aşağıdakı ümumi ifadə doğrudur:

$$\begin{aligned} R = & (\omega\omega' + k_x k'_x + k_y k'_y + k_z k'_z) (J^0)^2 + (\omega\omega' + k_x k'_x - k_y k'_y - k_z k'_z) |J_1^2| + (\omega\omega' - k_x k'_x + k_y k'_y - k_z k'_z) \times \\ & \times |J^2|^2 + (\omega\omega' - k_x k'_x - k_y k'_y + k_z k'_z) (J^3)^2 - 2(\omega k'_x + k_x \omega') \operatorname{Re} J^0 J^1 - 2(\omega k'_y + k_y \omega') \operatorname{Re} J^0 J^2 - \\ & - 2(\omega k'_z + k_z \omega') J^0 J^3 + 2(k_x k'_y + k_y k'_x) \operatorname{Re} J^1 J^{2*} + 2(k_x k'_z + k_z k'_x) \operatorname{Re} J^1 J^3 + \\ & + 2(k_y k'_z + k_z k'_y) \operatorname{Re} J^2 J^3 - 2(k_y k'_z - k_z k'_y) \operatorname{Im} J^0 J^1 - 2(k_z k'_x - k_x k'_z) \operatorname{Im} J^0 J^2 + \\ & + 2(\omega' k_z - \omega k'_z) \operatorname{Im} J^{1*} J^2 - 2(\omega' k_x - \omega k'_x) \operatorname{Im} J^2 J^3 + 2(\omega' k_y - \omega k'_y) \operatorname{Im} J^1 J^3. \end{aligned} \quad (13)$$

$p_y$  kvant ədədinin yüklü leptonun hərəkət orbitinin  $x$  koordinatını

$$x = x_0 = -\frac{p_y}{eH} \quad (14)$$

müəyyən etdiyini və bu koordinatın

$$-\frac{L_x}{2} \leq x = x_0 \leq \frac{L_x}{2} \quad (15)$$

parçasında dəyişdiyini nəzərə almaqla (7) ifadəsində  $dp_y$  üzrə inteqrallamanı yerinə yetirmək olar:

$$\int dp_y = eHL_x. \quad (16)$$

Sferik koordinat sistemində antineytrinoların (neytrinoların) polyar bucağını  $\vartheta(\vartheta')$  ilə, azimutal bucağını isə  $\alpha(\alpha')$  ilə işarə etməklə antineytrinoların (neytrinoların) impulslarının komponentlərini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$k_x = \omega \sin \mathcal{G} \cos \alpha, \quad (17)$$

$$k_y = \omega \sin \mathcal{G} \sin \alpha, \quad (18)$$

$$k_z = \omega \cos \mathcal{G}, \quad (19)$$

$$k'_x = \omega' \sin \mathcal{G}' \cos \alpha', \quad (20)$$

$$k'_y = \omega' \sin \mathcal{G}' \sin \alpha', \quad (21)$$

$$k'_z = \omega' \cos \mathcal{G}'. \quad (22)$$

Burada ştrixsiz kəmiyyətlər antineytrinolara, ştrixli kəmiyyətlər isə neytrinolara aiddir. (17)-(22) ifadələrini nəzərə almaqla (11) ifadəsini

$$R = \omega \omega' R_0$$

(23)

şəklində yazmaq olar.  $R_0$  kəmiyyətinin quruluşu başlanğıc və son hallarda olan yüklü leptonların polyarlaşma hallarından asılıdır və onu bir qədər sonra verəcəyik.

(23) münasibətini,

$$d\vec{k} = \omega^2 d\omega d\Omega, \quad (24)$$

$$d\vec{k}' = \omega'^2 d\omega' d\Omega' \quad (25)$$

cisim bucağı elementlərini (7) düsturunda nəzərə alsaq, maqnit sahəsində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütlərinin buraxılması prosesində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütləri buraxılması hesabına vahid zamanda ulduz mühitinin vahid həcmindəki enerji itkiləri üçün aşağıdakı düstur alınır:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^7} eH \int \omega^2 \omega'^2 q^0 (1-f_\nu)(1-f_{\bar{\nu}}) f_e (1-f_{e'}) \delta(E' + \omega' + \omega - E) dp_z d\omega d\omega' d\Omega d\Omega'$$

Polyarlaşma effektlərinə baxdığımızı görə başlanğıc (son) haldakı yüklü leptonların spinləri üzrə ortalama (cəmləmə) aparmırıq.

Enerjinin saxlanması ifadə edən delta funksiyanı sadələşdirib,

$$\delta(E' + \omega' + \omega - E) = \sum_i \frac{E_i E'_i}{|E'_i p_{zi} - E_i p'_{zi}|} \delta(p_z - p_{zi})$$

şəklində yazmaq olar. Burada  $E_i$ ,  $E'_i$  enerjinin saxlanması qanununu,  $p_{zi}$  və  $p'_{zi}$  isə impulsun üçüncü komponentinin saxlanması qanununu ( $p_z = p'_z + k_z + k'_z$ ) ödəyir. Bu halda maqnit sahəsində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütlərinin buraxılması prosesində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütləri buraxılması hesabına vahid zamanda ulduz mühitinin vahid həcmindəki enerji itkiləri aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^7} eH \int \sum_i \frac{E_i E'_i}{|E'_i p_{zi} - E_i p'_{zi}|} Q_0 \omega^2 \omega'^2 \bar{q} (1-f_\nu)(1-f_{\bar{\nu}}) f_e (1-f_{e'}) d\omega d\omega' d\Omega d\Omega'.$$

## ƏDƏBİYYAT

1. Cəfərov İ. H., Quliyev N. A. Neytrino. Bakı: Elm, 2005, 116 s.
2. Əsgərov B. M. Termodinamika və statistik fizika: Ali məktəblər üçün dərslik. Bakı: "Bakı Universiteti" nəşriyyatı, 2005, 625s.
3. Muxtarov A. İ. Kvant mexanikası: Ali məktəblər üçün dərs vəsaiti. Bakı: Maarif, 1999, 608 s.
4. Sadıxov F. S. (Mutlutürk). Kvant və yüksək enerjilər fizikasının əsasları. Bakı: "Avropa" nəşriyyatı, 2006, 320s.
5. Hüseynov V. A., Qasıмова R. E. Maqnit sahəsində tərs yüklü lepton parçalanması proseslərində polyarlaşma effektləri // Fizikanın müasir problemləri I Respublika konfransı (6-8 dekabr 2007-ci il, Bakı, Azərbaycan Respublikası). Məqalələr toplusu. Bakı, 2007, s. 25-26.
6. Бакал Дж. Нейтринная астрофизика. М.: Мир, 1993.



**ШАМСЕДДИН КАЗЫМОВ**

**АДЕЛЯ ГУЛИЕВА**

*adilebeyova@gmail.com*

*Нахичеванский Государственный Университет*

## **ВЛИЯНИЕ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ НА ПРОЦЕССЫ, ПРОИСХОДЯЩИЕ НА ЗЕМЛЕ**

Природа Солнца и его значение для нашей жизни – неисчерпаемая тема. Каждый день мы смотрим на солнце, но едва ли понимаем, с чем имеем дело!

Солнце дает энергию, которая служит источником всей жизни на Земле. Оно является движущей силой погоды, океанических течений и гидрологического цикла. Солнце создает нам настроение и влияет на нашу повседневную деятельность. Оно служит источником вдохновения для музыки, фотографии и искусства.

А также наше светило — это огромный термоядерный реактор, и его масса в 333 000 раз больше массы Земли. Температура на поверхности этого гигантского плазменного шара — около 5772 К, а температура ядра достигает 13 млн °С! Солнечная плазма постоянно курсирует от горячего ядра к более холодной поверхности светила. Этот эффект называется конвекцией. При этом плазма обладает хорошей электропроводностью, близкой к электропроводности металлов, поэтому, благодаря ее движению, создается магнитное поле. Это магнитное поле неоднородно и изменчиво.

Всё на Земле зависит от Солнца, поставляющего ей значительную часть энергии. Спокойное Солнце (при отсутствии на его поверхности пятен, вспышек) характеризуется постоянством во времени электромагнитного излучения во всём его спектральном диапазоне, включающем рентгеновские лучи, ультрафиолетовые волны, видимый спектр, инфракрасные лучи, лучи радиодиапазонов, а также постоянством во времени так называемого солнечного ветра – слабого потока электронов, протонов, ядер гелия, представляющего собой радиальное истечение плазмы солнечной короны в межпланетное пространство.

Магнитное поле планет (в том числе Земли) служит защитой от солнечного ветра, но часть заряженных частиц способно проникать внутрь магнитосферы Земли. Это происходит в основном в высоких широтах.

Солнце — объект очень активный.

Общая активность Солнца, характеризуемая количеством и силой проявления центров солнечной активности, периодически изменяется. Существует множество различных удобных способов оценивать уровень солнечной активности. Обычно пользуются наиболее простым и введённым раньше всех способом - числами Вольфа. Числа Вольфа пропорциональны сумме полного числа пятен, наблюдаемых в данный момент на Солнце, и удесятерённого числа групп, которые они образуют. Период времени, когда количество центров активности наибольшее называют максимумом солнечной активности, а когда их совсем нет или почти совсем нет - минимумом. Максимумы и минимумы чередуются в среднем с периодом 11 лет. Это составляет так называемый 11-и летний цикл солнечной активности.

Вспышки и пятна напрямую связаны с этой динамикой магнитного поля. Там, где магнитное поле слабеет, оно плохо сдерживает солнечную плазму и в какой-то момент она прорывается — мы видим вспышку, которая сопровождается выбросом вещества и электромагнитным излучением в очень широком диапазоне.

Именно солнечные пятна являются областями наибольшей активности на Солнце. Если пятен появляется много, магнитные линии, проходящие внутри одной группы пятен, могут соединиться с магнитными линиями из другой группы пятен, имеющими противоположную полярность. Видимым результатом этого процесса является солнечная вспышка — выброс огромного количества плазмы в космическое пространство.

Во время Вспышки выделяется энергия, равная употреблению энергии человечеством за 10 млн лет! Такая энергия выделяется за 10 секунд.

В таком прогнозе космические лучи и магнитные бури могут вызвать нарушения в работе космических аппаратов, вывести из строя электронную технику на Земле, привести к радиационному облучению космонавтов, пассажиров и экипажей реактивных самолетов, вызвать сбои в системах навигации и связи, спровоцировать возникновения вихревых индукционных токов в трансформаторах и трубопроводах.

Но к счастью, природа нам дает интервал времени в 8 с половиной минут: столько идет до Земли электромагнитное излучение от Солнца. И, что даже более важно, у нас есть еще время от полусуток до двух с половиной суток — столько доходит до нас в зависимости от скорости и мощности вспышки на Солнце само вещество, которое возмущает геомагнитное поле.

А вот за это время мы уже можем, к примеру, застраховать линии электропередачи, переключившись на вспомогательные источники электроэнергии. Можем перевести в состояние сна спутники. Перекинуть воздушные суда на резервные каналы связи, которые менее подвержены воздействию.

Вспышки на Солнце – большая опасность для человека и всего живого на Земле, поскольку плотность потока солнечного излучения может превышать обычный уровень космического излучения в тысячу раз.

Влияние солнечной активности на возникновение заболеваний установил ещё в первой половине XX века А.Л. Чижевский. Его считают основоположником науки гелиобиологии. С тех пор проводятся исследования, накапливаются научные данные, подтверждающие влияние солнечных и магнитных бурь на здоровье

Гематологи установили увеличение количество инфарктов и инсультов в периоды максимальной солнечной активности .

Проводились наблюдения влияния магнитных и солнечных бурь на больных, страдающих психическими заболеваниями, в частности, маниакально– депрессивным синдромом. Было установлено, что у них при высокой солнечной активности преобладали маниакальные фазы, а при низкой – депрессивные.

В организме человека циркулирует около 5 л крови. И когда мы сдаем анализы, в крови оценивается такая реакция, как скорость оседания эритроцитов. Была замечена четкая закономерность: этот показатель меняется в зависимости от магнитной активности[2].

Необходимо отметить, что больной и здоровый организм по-разному реагирует на изменения космических и геофизических условий. У больных ослабленных, утомлённых, эмоционально неустойчивых лиц в дни, характеризующиеся изменением космических и геофизических условий, ухудшаются показатели энергетики, иммунологической защиты, состояния различных физиологических систем организма, появляется психическое напряжение. А психологически и физически здоровый организм оказывается в состоянии перестроить свои внутренние процессы в соответствии с изменившимися условиями внешней среды. При этом активируется иммунная система, соответственно перестраиваются нервные процессы и эндокринная система; сохраняется или даже увеличивается работоспособность. Субъективно это воспринимается здоровым человеком как улучшение самочувствия, подъём настроения [3].

Солнце освещает и согревает нашу планету, без этого была бы невозможна жизнь на ней не только человека, но даже микроорганизмов. Солнце – главный двигатель происходящих на Земле процессов. Но не только тепло и свет получает Земля от Солнца. Различные виды солнечного излучения и потоки частиц оказывают постоянное влияние на её жизнь. Также важным для живых организмов является излучение Солнца в ультрафиолетовом диапазоне. Так, под действием ультрафиолета образуется жизненно необходимый витамин D. При его недостатке возникает серьёзное заболевание — рахит. Из-за недостатка ультрафиолетовых

лучей может нарушиться нормальное поступление кальция, вследствие чего усиливается хрупкость мелких кровеносных сосудов, увеличивается проницаемость тканей . Однако длительное действие ультрафиолета способствует развитию меланомы, различных видов рака кожи, ускоряет старение и появление морщин. От избыточного излучения Землю предохраняет озоновый слой, без которого, как считается, жизнь не смогла бы вообще выбраться из океанов[1].

Солнце посылает на Землю электромагнитные волны всех областей спектра – от многокилометровых радиоволн до гамма-лучей. Окрестностей Земли достигают также заряжённые частицы разных энергий – как высоких (солнечные космические лучи), так и низких и средних (потоки солнечного ветра, выбросы от вспышек). Наконец, Солнце испускает мощный поток элементарных частиц – нейтрино. Однако воздействие последних на земные процессы пренебрежимо мало: для этих частиц земной шар прозрачен, и они свободно сквозь него пролетают [3]. Только очень малая часть заряженных частиц из межпланетного пространства попадает в атмосферу Земли (остальные отклоняет или задерживает геомагнитное поле). Но их энергии достаточно для того чтобы вызвать полярные сияния и возмущения магнитного поля нашей планеты, все это неизбежно влияет на все живое и возможно неживое на планете Земля.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. И. К. Ларин. Химия озонового слоя и жизнь на Земле // Химия и жизнь-XXI век. 2000. № 7. Сс. 10-15. Архивировано 11 мая 2010 года.
2. Биологические ритмы. М.: 1984
3. Бялко А.В.Наша планета Земля М.: 1989
4. Чижевский А.Л. Земное эхо огненных бурь М.: 1973

### III BÖLMƏ. RİYAZİYYATIN AKTUAL MƏSƏLƏLƏRİ

**ƏKBƏR ƏLİYEV**

*AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu,  
Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti*

**GÜLŞƏN ŞƏFİYEVA**

*Bakı Dövlət Universiteti*

#### DƏYİŞƏN DƏRƏCƏLİ FUNKSIONAL FƏZALARDA QEYRİ - XƏTTİ HİPERBOLİK TƏNLİKLƏR ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN LOKAL HƏLLƏRİNİN VARLIĞI VƏ QLOBAL HƏLLƏRİNİN YOXLUĞU

##### 1. Dəyişən dərəcəli funksional fəzalar haqqında qısa məlumat

Tutaq ki,  $p(\cdot): [0, l] \rightarrow [1, +\infty)$  hər hansı ölçülə bilən funksiyadır,  $l > 0$ . Dəyişən  $p(\cdot)$  dərəcədən Lebeq mənada inteqrallanan funksiyalar çoxluğunu  $L_{p(\cdot)}(0, l)$  ilə işarə edək:

$$L_{p(\cdot)}(0, l) = \{v(\cdot): [0, l] \rightarrow \mathbb{R}, \quad \rho_{p(\cdot)}(v) = \int_0^l |v(x)|^{p(x)} dx < +\infty\}.$$

$L_{p(\cdot)}(0, l)$  aşağıdakı qayda ilə Lüksemburq norması adlanan norma təyin edə bilərik:

$$\|v\|_{p(\cdot)} = \inf \left\{ \lambda > 0; \int_0^l \left| \frac{v(x)}{\lambda} \right|^{p(x)} dx \leq 1 \right\}.$$

Tutaq ki, aşağıdakı Loqarifmik Hölder şərti ödənilir, yəni elə  $A > 0$ , var ki, istənilən  $x, y \in [0, l]$ ,  $|x - y| < \delta$ ,  $0 < \delta < 1$  üçün

$$|p(x) - p(y)| \leq -A \log|x - y|, \tag{1}$$

bərabərsizliyi ödənilir.

Məlumdur ki, bu şərt daxilində  $L_{p(\cdot)}(0, l)$  Banax fəzasıdır.

Dəyişən dərəcəli  $W_{p(\cdot)}^1(0, l)$  aşağıdakı şəkildə təyin olunur:

$$W_{p(\cdot)}^1(0, l) = \{v: v, v_x \in L_{p(\cdot)}(0, l)\},$$

$$\|v\|_{W_{p(\cdot)}^1(0, l)} = \|v\|_{L_{p(\cdot)}(0, l)} + \|v_x\|_{L_{p(\cdot)}(0, l)}.$$

$\rho_{p(\cdot)}(v)$  və  $\|v\|_{p(\cdot)}$  Lüksemburq norması arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$\min \left\{ \|v\|_{L_{p(\cdot)}(0, l)}^{p_1}, \|v\|_{L_{p(\cdot)}(0, l)}^{p_2} \right\} \leq \rho_{p(\cdot)}(v) \leq \max \left\{ \|v\|_{L_{p(\cdot)}(0, l)}^{p_1}, \|v\|_{L_{p(\cdot)}(0, l)}^{p_2} \right\}$$

Burada

$$p_1 \leq p(x) \leq p_2, \quad 0 \leq x \leq l. \tag{2}$$

$u \in L_{p(\cdot)}(0, l)$ ,  $v \in L_{p^*(\cdot)}(0, l)$  funksiyaları üçün aşağıdakı Hölder bərabərsizliyi doğrudur:

$$\int_0^l |u(x)v(x)| dx \leq 2 \|u\|_{L_{p(\cdot)}(0, l)} \cdot \|v\|_{L_{p^*(\cdot)}(0, l)},$$

burada  $p^*(x) = \frac{p(x)}{p(x)-1}$ .

Əsas nəticələrin isbatında aşağıdakı lemmalardan istifadə edilir.

**Lemma 1.** *Tutaq ki,  $p(x)$  (1), (2) şərtlərini ödəyir. Onda istənilən  $v \in L_{p(\cdot)}(0, l)$  üçün*

$$\|v\|_{p_1}^{p_1} \leq \rho_{p(\cdot)}(v) + l^{\frac{p_2-p_1}{p_2}} \left\{ \rho_{p(\cdot)}(v) \right\}^{\frac{p_1}{p_2}}. \quad (3)$$

*bərabərsizliyi doğrudur.*

**Lemma 2.** *Tutaq ki,  $p(x)$  (1), (2) şərtlərini ödəyir. Onda istənilən  $v \in_0 H^1 \cap L_{p(\cdot)}(0, l)$  üçün:*

$$\rho_{p(\cdot)}(v) \leq l \cdot \max \left\{ \|v\|_{C[0, l]}^{p_1}, \|v\|_{C[0, l]}^{p_2} \right\}. \quad (4)$$

*bərabərsizliyi doğrudur.*

Burada  $_0H^1 = \{v: v, v_x \in L_2(0, l), v(0) = 0\}$ .

(3) və (4) – dən aşağıdakı bərabərsizlik alınır:

$$\rho_{p(\cdot)}(v) \leq l \cdot \max \left\{ l^{\frac{p_1}{2}} \|v\|_{C[0, l]}^{p_1}, l^{\frac{p_2}{2}} \|v\|_{C[0, l]}^{p_2} \right\}.$$

### 3. Məsələnin qoyuluşu və əsas nəticələr

$[0, l] \times [0, +\infty)$  oblastında aşağıdakı başlanğıc - sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u_{itt} - (a_i(x)u_{ix})_x = f_i(x, u_1, u_2), \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (5)$$

$$u_i(0, t) = 0, \quad t > 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} a_i(l)u_{ix}(l, t) + |u_{it}(l, t)|^{r_i-1} u_{it}(l, t) = \\ = \lambda_i g_i(u_1(l, t), u_2(l, t)), \quad t > 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$u_i(x, 0) = u_{i0}(x), \quad u_{it}(x, 0) = u_{i1}(x), \quad 0 < x < l, \quad (8)$$

burada  $i = 1, 2, r_1 \geq 1, r_2 \geq 1, \lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, u_1 = u_1(x, t), u_2 = u_2(x, t), u_{10}(x),$

$u_{20}(x), u_{11}(x), u_{21}(x)$ - həqiqi qiymətli funksiyalardır,  $a_1(\cdot), a_2(\cdot), f_1(\cdot), f_2(\cdot), g_1(\cdot), g_2(\cdot)$  və  $p(\cdot)$  aşağıdakı şərtləri ödəyən funksiyadır:

$$a_i(x) \in C^1[0, l], \quad a_i(x) \geq a_{i0} > 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad i = 1, 2, \quad (9)$$

$$f_i(x, u_1, u_2) = |u_1 + u_2|^{2p(x)}(u_1 + u_2) + |u_1|^{p(x)+(-1)^i}|u_2|^{p(x)-(-1)^i}u_i, \quad i = 1, 2, \quad (10)$$

$$g_i(\alpha_1, \alpha_2) = |\alpha_1 + \alpha_2|^{2q}(\alpha_1 + \alpha_2) + |\alpha_1|^{q+(-1)^i}|\alpha_2|^{q-(-1)^i}\alpha_i, \quad (11)$$

$$2 \leq p_1 \leq p(x) \leq p_2 < +\infty, \quad 0 \leq x \leq l, \quad (12)$$

burada  $p_1 = \operatorname{ess\,inf}_{x \in [0, l]} p(x)$ ,  $p_2 = \operatorname{ess\,sup}_{x \in [0, l]} p(x)$ .

$q$  ədədi aşağıdakı şərti ödəyir

$$q \geq 2. \quad (13)$$

(5) - (8) məsələsi üçün enerji funksionalı aşağıdakı kimidir:

$$E(t) = E_0(t) - R(u_1(\cdot, t), u_2(\cdot, t)).$$

Burada

$$E_0(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left[ \|u_{i_t}(\cdot, t)\|_2^2 + \|\sqrt{a_i(x)}u_{i_x}(\cdot, t)\|_2^2 \right],$$

$$R(u_1, u_2) = F(u_1, u_2) + G(u_1, u_2),$$

$$F(u_1, u_2) = \int_0^l \frac{1}{2(p(x)+1)} |u_1(x, t) + u_2(x, t)|^{2(p(x)+1)} dx + \int_0^l \frac{1}{p(x)+1} |u_1(x, t) \cdot u_2(x, t)|^{p(x)+1} dx,$$

$$G(u_1, u_2) = \frac{1}{2(q+1)} |u_1(l, t) + u_2(l, t)|^{2(q+1)} + \frac{1}{q+1} |u_1(l, t) \cdot u_2(l, t)|^{q+1}.$$

**Tərif 1.**  $(0, l) \times (0, T)$  oblastında (5) - (8) məsələsinin güclü həlli dedikdə elə  $(u_1(x, t), u_2(x, t))$  funksiyalar cütü başa düşülür ki,

$$u_i(\cdot) \in L_\infty(0, T; H^2 \bigcap_0 H^1), u_{i_t}(\cdot) \in L_\infty(0, T; {}_0H^1), u_{i_x}(\cdot) \in L_\infty(0, T; L_2(0, l)), \quad i = 1, 2$$

sanki bütün  $(x, t) \in (0, l) \times (0, T)$  üçün (5) bərabərliyi, (6) - (7) sərhəd şərtləri və (8) başlanğıc şərtləri ödənilir.

**Tərif 2.**  $(0, l) \times (0, T)$  oblastında (5) - (8) məsələsinin zəif həlli dedikdə elə  $(u_1(x, t), u_2(x, t))$  funksiyalar cütü başa düşülür ki,

a)  $u_i(\cdot) \in C_w(0, T; {}_0H^1)$ ,  $u_{i_t}(\cdot) \in C_w(0, T; L_2(0, l))$ ,  $i = 1, 2$ ;

b)  $u_i$  funksiyasının  $\{l\} \times (0, T)$  çoxluğu üzrə izi  $L_{r_i}(0, T)$ , fəzasına daxildir, yəni  $u_t(l, t) \in L_{r_i}(0, T)$ ,  $i = 1, 2$ ;

c) İstənilən  $\eta_1(\cdot), \eta_2(\cdot) \in C_w(0, T; {}_0H^1) \cap C_w^1(0, T; L_2(0, l))$ ,  $\eta_{i_t}(l, t) \in L_{r_i}(0, T)$ ,  $\eta_i(x, T) = 0$ ,  $i = 1, 2$  üçün aşağıdakı bərabərliklər ödənilir:

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_0^l [-u_{it}(x, t)\eta_{it}(x, t) + u_{ix}(x, t)\eta_{ix}(x, t)] dx dt + \\ & + \int_0^T |u_{it}(l, t)|^{r_i-2} u_{it}(l, t)\eta_i(l, t) dt + \int_0^l u_{i1}(x)\eta_i(x, 0) dx = \\ & = \int_0^T \int_0^l f_i(x, u_1, u_2)\eta_i(x, t) dx dt + \lambda_i \int_0^T g_i(u_1(l, t), u_2(l, t))\eta_i(l, t) dt; \\ & \lim_{t \rightarrow 0} (u_i(\cdot, t) - u_{i0}(\cdot), \eta_i(\cdot))_{0H^1} = 0. \end{aligned}$$

Burada  $C_w(0, T; Y)$  qiymətləri  $Y$  Banax fəzasından olan zəif kəsilməz funksiyalardır.

Aşağıdakı funksiyalar çoxluğunu təyin edək:

$$\begin{aligned} C_{T'} &= \{v: v \in C([0, T']; {}_0H^1), \\ v'_t(\cdot) &\in C^1([0, T']; L_2(0, l)), \quad v_t(l, \cdot) \in L_{r_i}(0, T'), \quad i = 1, 2\}. \end{aligned}$$

Lokal həllərin varlığı haqda aşağıdakı teorem doğrudur.

**Teorem 1.** *Tutaq ki, (1), (2), (9) - (12) şərtləri ödənilir. Onda istənilən  $u_{i0} \in {}_0H^1$ ,  $u_{i1} \in L_2(0, l)$ ,  $i = 1, 2$  üçün elə  $T' \in (0, T]$  var ki, (5) - (8) məsələsinin  $(0, l) \times (0, T')$  oblastında  $(u_1(x, t), u_2(x, t))$  həlli var, belə ki,  $u_i(\cdot) \in C_{T'}$ ,  $i = 1, 2$  və aşağıdakı bərabərlik ödənilir*

$$E(t) + \sum_{i=1}^2 \int_0^t |u_{i\tau}(l, \tau)|^{r_i+1} d\tau = E(0), \quad 0 \leq t \leq T'.$$

Sonra göstərilir ki, başlanğıc verilənlər

$$u_{i0} \in {}_0H^1 \cap H^2, \quad u_{i1} \in {}_0H^1$$

$$a_i(l)u_{i0x}(l) + |u_{i1}(l)|^{r_i-1}u_{i1}(l) = \lambda_i g_i(u_1(l), u_2(l)), \quad t > 0$$

şərtlərini ödəyərsə həmin həllər verilmiş məsələnin güclü həlləridir.

Lokal həllərin varlığını göstərdikdən sonra həmin həllərin sonlu zaman ərzində dağılması haqda, yəni qlobal həllərin yoxluğu haqda aşağıdakı nəticələr alınmışdır.

$2 \max\{r_1, r_2\} < p_1 + 1$  olduqda aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

**Teorem 2.** *Tutaq ki, Teorem 1-in bütün şərtləri ödənilir. Fərz edək ki,*

$$2 \max\{r_1, r_2\} < p_1 + 1$$

və

$$E(0) < 0.$$

Onda (5) - (8) məsələsinin həlli sonlu zaman ərzində dağılır.

$2 \min\{r_1, r_2\} \geq p_1 + 1$  halında aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

**Teorem 3.** *Tutaq ki, Teorem 1-in bütün şərtləri ödənilir və*

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,$$

$$p'(x) \leq 0,$$

$$2 \min\{r_1, r_2\} \geq p_1 + 1,$$

$$E(0) < -\frac{3}{2e} \int_0^l \frac{|xp'(x)|}{p^2(x)} dx,$$

$$\frac{2(p_1-1)}{lp_1} \max_{0 \leq x \leq l} \frac{2p(x)-xp'(x)}{p(x)[p(x)-2]} < 1.$$

*Onda (5) - (8) məsələsinin həlli sonlu zaman ərzində dağılır.*

Qeyd edək ki,  $p(x) = p, 0 \leq x \leq l$  sabit olduqda da alınmış nəticələr yenidir.

### ƏDƏBİYYAT

1. M. Ruzicka Electrorheological fluids: modeling and mathematical theory, Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, 1748, 2000, 178 p., MR1810360.
2. V.V. Zhikov Questions of convergence duality and averaging for functionals of the calculus of variations, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat., 47(5), 1983, 961–995; English transl. Math.USSR-Izv. 23(2), 1984, 243–276, MR718413.
3. S. Antontsev Wave equation with  $p(x,t)$ -Laplacian and damping term: blow-up of solutions, C.R. Mecanique, 339(12), 2011, 751-755.
4. S.A. Messaoudi, A.A. Talahmeh A blow-up result for a nonlinear wave equation with variable-exponent nonlinearities, Math. Meth. Appl. Sci., 96, 2017, 1509-1515.
5. M. Kafini, S. Messaoudi Local existence and blow - up of solutions to alogarithmic nonlinear wave equation with delay, Applicable Analysis.
6. А.Б. Алиев, Г.Х. Шафиева Разрушение решений смешанной задачи для систем волновых уравнений с граничной диссипацией и внутренним нелинейным фокусирующим источником переменного порядка роста, Дифференциальные уравнения, 57(3), 2021, 313-325.



**ABDULLA HƏSƏNOV**  
Naxçıvan Dövlət Universiteti  
hesen.1955@mail.ru

$(f(x))^{g(x)} > (f(x))^{h(x)}, (f(x))^{g(x)} \geq (f(x))^{h(x)}$  ŞƏKLİNDƏKİ ÜSTLÜ-QÜVVƏT  
BƏRABƏRSİZLİKLƏRİNİN HƏLLİ

**Giriş**

Məktəb riyaziyyatının, həmçinin universitetlərdə “Elementar riyaziyyat” fənninin tədrisində digər riyazi məsələlər kimi bərabərsizliklərin də həllinə xüsusi diqqət yetirilir. Çünki müxtəlif mürəkkəb, qeyri-standart bərabərsizliklərin, o cümlədən üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həlli üsullarının mənimsənilməsi şagirdlərin, tələbələrin zehni və yaradıcılıq qabiliyyətlərini yüksəldir. Tapşırıqlar həll edilərkən şagirdlər, tələbələr ilk tədqiqat işi bacarıqları əldə edir, onların riyazi mədəniyyəti zənginləşir, məntiqi təfəkkür qabiliyyəti inkişaf edir.

Digər bərabərsizliklər kimi üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həlli məktəb riyaziyyat kursunda və universitetlərdə “Elementar riyaziyyat” fənninin tədrisində maraq doğurur. Belə bərabərsizlikləri həll edərkən üstlü və qüvvət funksiyasının xassələrinin ödənilməsinə tələb edirlər. Bu halda da çox zaman bərabərsizliyin həllər çoxluğuna verilən tərif ödənilmir və bərabərsizliyi ödəyən həllərin itirilməsinə səbəb olur. Tərifə əsasən “dəyişənin bərabərsizliyi doğru ədədi bərabərsizliyə çevirən bütün mümkün qiymətləri yığımına onun köklər çoxluğu deyilir” [Həsənov 2021 , 160-171]. Bu bərabərsizliklərin həllində çətinlik ən çox qüvvətin əsası 1-ə bərabər olduğu və müsbət olmadığı hallarda meydana çıxır. Ona görə də üstlü-qüvvət bərabərsizliklərini həll edərkən arqumentin bərabərsizliyin mümkün qiymətlər oblastına (MQO) daxil olan qiymətlərində qüvvətin əsası  $f(x)=1$  və qüvvət üstü funksiya müəyyən şərtləri ödədikdə isə  $f(x) \leq 0$  olduğu halları da araşdırılmalıdır.

Ən çox

$$\begin{aligned} (f(x))^{g(x)} > (f(x))^{h(x)}, & \quad (f(x))^{g(x)} \geq (f(x))^{h(x)}, \\ |(f(x))^{g(x)}| > |(f(x))^{h(x)}|, & \quad |(f(x))^{g(x)}| \geq |(f(x))^{h(x)}| \end{aligned}$$

şəklindəki üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinə rast gəlinir.

Yuxarıda deyilənləri nəzərə alaraq bu məqalədə

$$(f(x))^{g(x)} > (f(x))^{h(x)}, \quad (f(x))^{g(x)} \geq (f(x))^{h(x)}$$

şəklindəki üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həllində bütün mümkün hallar araşdırılmışdır.

**II.  $(f(x))^{g(x)} > (f(x))^{h(x)}$  şəklindəki üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həlli**

Bu cür bərabərsizlikləri həll edərkən ilk addım olaraq bərabərsizliyin MQO-nu müəyyən etmək lazımdır. Çünki həll prosesində elə həllər alınır ki, onlar MQO-ya daxil olmur.

Qüvvət və üstlü funksiyaların xassələrinə, bərabərsizliyin həllər çoxluğuna verilən tərifə əsaslanaraq  $(f(x))^{g(x)} > (f(x))^{h(x)}$  şəklindəki üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həllində aşağıdakı hallar mümkündür.

1.  $f(x) > 1$  və  $g(x) > h(x)$  bərabərsizlikləri həll edilir. Bu bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun kəsişməsi  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olan hissəsi verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil edilir.

$$f(x)^{g(x)} > f(x)^{h(x)}; \quad \begin{cases} f(x) > 1, \\ g(x) > h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases}$$

2.  $0 < f(x) < 1$  və  $g(x) < h(x)$  bərabərsizlikləri həll edilir. Bu bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun kəsişməsi  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olan hissəsi verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil edilir.

$$f(x)^{g(x)} > f(x)^{h(x)}; \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ g(x) < h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases}$$

3.  $-1 < f(x) < 0$  bərabərsizliyinin həllər çoxluğundan  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olanlarından  $g(x), h(x)$  funksiyalarının tam qiymət alanları müəyyən edilir və verilmiş bərabərsizliyi ödəyənlər həllər çoxluğuna daxil edilir.

4.  $f(x) = -1$  tənliyinin köklərindən  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olan köklərin uyğun qiymətlərində  $g(x)$  cüt tam ədəd,  $h(x)$  isə tək tam ədəd olarsa, onda bu köklər də verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil edilir.

5.  $f(x) < -1$  bərabərsizliyinin həllər çoxluğundan  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olanlarından  $g(x), h(x)$  funksiyalarının tam qiymət alanları müəyyən edilir və verilmiş bərabərsizliyi ödəyənlər həllər çoxluğuna daxil edilir.

Yuxarıda deyilənləri nümunə bərabərsizlikləri həll etməklə izah edək.

**Nümunə.**  $(x^2 + 4x + 3)^{x-2} > (x^2 + 4x + 3)^{x+1}$  bərabərsizliyini həll edək.

$$f(x) = x^2 + 4x + 3, \quad g(x) = x - 2, \quad h(x) = x + 1.$$

$$D = D(f) \cap D(g) \cap D(h) = (-\infty; +\infty).$$

$$1. \begin{cases} f(x) > 1, \\ g(x) > h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases} \begin{cases} x^2 + 4x + 3 > 1, \\ x - 2 > x + 1 \\ D = (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 3 > 1, \\ x \in \emptyset, \\ D = (-\infty; +\infty). \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Deməli, bu halda bərabərsizliyin həlli yoxdur.

$$2. \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ g(x) < h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases} \begin{cases} 0 < x^2 + 4x + 3 < 1, \\ x - 2 < x + 1 \\ D = (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-2 - \sqrt{2}; -3) \cup (-1; -2 + \sqrt{2}), \\ x \in (-\infty; +\infty), \\ D = (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow x \in (-2 - \sqrt{2}; -3) \cup (-1; -2 + \sqrt{2}).$$

$$3. -1 < f(x) < 0, \quad -1 < x^2 + 4x + 3 < 0 \Rightarrow x \in (-3; -2) \cup (-2; -1).$$

$x \in (-3; -2) \cup (-2; -1)$  aralığında  $g(x) = x - 2$  və  $h(x) = x + 1$  funksiyaları tam qiymətlər almır.

Ona görə də bu halda bərabərsizliyin həlli yoxdur.

$$4. f(x) = -1, \quad x^2 + 4x + 3 = -1 \Rightarrow x = -2, \quad g(-2) = -4, \quad h(-2) = -1.$$

$$(-1)^{-4} > (-1)^{-1}.$$

Deməli,  $x = -2$  bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxildir.

$$5. f(x) < -1, \quad x^2 + 4x + 3 < -1 \Rightarrow x \in \emptyset.$$

$f(x) = x^2 + 4x + 3 < -1$  halında bərabərsizliyin həlli yoxdur.

Beləliklə, verilən bərabərsizliyin həllər çoxluğu  $x \in (-2 - \sqrt{2}; -3) \cup (-1; -2 + \sqrt{2}) \cup \{-2\}$ .

**Nümunə.**  $(-2x^2 + 3x - 1)^{\frac{x-2}{x-1}} > (-2x^2 + 3x - 1)^{x+1}$  bərabərsizliyini həll edək.

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 1, \quad g(x) = \frac{x-2}{x-1}, \quad h(x) = x + 1.$$

$$D = D(f) \cap D(g) \cap D(h) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty).$$

$$1. \begin{cases} f(x) > 1, \\ g(x) > h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases} \begin{cases} -2x^2 + 3x - 1 > 1, \\ \frac{x-2}{x-1} > x+1 \\ D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in \emptyset, \\ x \in (-\infty; 1), \\ D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty). \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Deməli, bu halda bərabərsizliyin həlli yoxdur.

$$2. \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ g(x) < h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases} \begin{cases} 0 < -2x^2 + 3x - 1 < 1, \\ \frac{x-2}{x+1} < x+1, \\ D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right), \\ x \in (1; +\infty), \\ D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Deməli, bu halda bərabərsizliyin həlli yoxdur.

$$3. -1 < f(x) < 0, \quad -1 < -2x^2 + 3x - 1 < 0 \Rightarrow x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(1; \frac{3}{2}\right).$$

$x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(1; \frac{3}{2}\right)$  aralığında  $g(x) = \frac{x-2}{x-1}$  və  $h(x) = x+1$  funksiyaları tam qiymətlər almır. Ona görə də bu halda bərabərsizliyin həlli yoxdur.

$$4. f(x) = -1, \quad -2x^2 + 3x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0, x = \frac{3}{2}, \quad g(0) = 2, \quad h(0) = 1, \quad g(1,5) = -1, \quad h(1,5) = 2,5.$$

$x = 1,5$  olduqda  $h(1,5)$  tam qiymət almadığına görə bu hal üçün bərabərsizliyin həlli yoxdu.

$x = 0$  olduqda isə,  $g(0) = 2, h(0) = 1. (-1)^2 > (-1)^1$  bərabərsizliyi ödənilir. Deməli,  $x = 0$  verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxildir.

$$5. f(x) < -1, \quad -2x^2 + 3x - 1 < -1 \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right).$$

$f(x) = -2x^2 + 3x - 1 < -1$  halında  $g(x) = \frac{x-2}{x-1}$  və  $h(x) = x+1$  funksiyalarının hər ikisi eyni zamanda tam qiymətlər almır. Ona görə də bu halda bərabərsizliyin həlli yoxdur.

Beləliklə, verilən bərabərsizliyin yeganə həlli var:  $x = 0$ .

### III. $(f(x))^{g(x)} \geq (f(x))^{h(x)}$ şəklindəki üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həlli

$(f(x))^{g(x)} \geq (f(x))^{h(x)}$  şəklində verilən üstlü-qüvvət bərabərsizliyin həllində aşağıdakı hallara baxılır.

1.  $f(x) > 1$  və  $g(x) > h(x)$  bərabərsizlikləri həll edilir. Bu bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun kəsişməsi  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olan hissəsi verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğu olacaq.

$$f(x)^{g(x)} \geq f(x)^{h(x)}; \begin{cases} f(x) > 1, \\ g(x) > h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases}$$

2.  $0 < f(x) < 1$  və  $g(x) < h(x)$  bərabərsizlikləri həll edilir. Bu bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun kəsişməsi  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olan hissəsi verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğu olacaq.

$$f(x)^{g(x)} \geq f(x)^{h(x)}; \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ g(x) < h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases}$$

3.  $f(x)=1$  tənliyinin kökləri  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olarsa, onda bu tənliyin köklər çoxluğu da verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil olacaq.

4.  $f(x)=0$  tənliyi həll edilir. Bu tənliyin köklərindən  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olanları və  $g(x)>0, h(x)>0$  şərtini ödəyənləri verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil olacaq.

5.  $-1 < f(x) < 0$  bərabərsizliyinin həllər çoxluğundan  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olanlarından  $g(x), h(x)$  funksiyalarının tam qiymət alanları müəyyən edilir və verilmiş bərabərsizliyi ödəyənlər həllər çoxluğuna daxil edilir.

6.  $f(x)=-1$  tənliyinin köklərindən  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olan köklərin uyğun qiymətlərində  $g(x)$  və  $h(x)$  funksiyalarının hər ikisi tam ədəd olarsa, onda bu köklərdən verilmiş bərabərsizliyi ödəyənlər həllər çoxluğuna daxil edilir.

7.  $f(x) < -1$  bərabərsizliyinin həllər çoxluğundan  $f(x), g(x), h(x)$  funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsinə daxil olanlarından  $g(x), h(x)$  funksiyalarının tam qiymət alanları müəyyən edilir və verilmiş bərabərsizliyi ödəyənlər həllər çoxluğuna daxil edilir.

**Nümunə.**  $(x+2)^{2x} \geq (x+2)^{2x^2+2x-8}$  bərabərsizliyini həll edək.

$$f(x) = x+2, \quad g(x) = 2x, \quad h(x) = 2x^2 + 2x - 8.$$

$$D(f) \cap D(g) \cap D(h) = (-\infty; +\infty).$$

$$1. \begin{cases} f(x) > 1, \\ g(x) > h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases} \begin{cases} x+2 > 1, \\ 2x > 2x^2 + 2x - 8, \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1, \\ (-2; 2), \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (-1; 2).$$

$$2. \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ g(x) < h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases} \begin{cases} 0 < x+2 < 1, \\ 2x < 2x^2 + 2x - 8, \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 < x < -1, \\ (-\infty; -2) \cup (2; \infty), \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

$$3. f(x)=1 \Rightarrow x+2=1 \Rightarrow x=-1 \in (-\infty; +\infty).$$

Deməli,  $x=-1$  bərabərsizliyin həllidir.

$$4. f(x)=0 \Rightarrow x+2=0 \Rightarrow x=-2 \in (-\infty; +\infty). \quad g(-2)=-4 < 0, \quad h(-2)=-4 < 0.$$

Deməli,  $f(x)=0$  olduqda bərabərsizliyin həlli yoxdur.

$$5. -1 < f(x) < 0; \quad -1 < x+2 < 0 \Rightarrow -3 < x < -2.$$

$-3 < x < -2$  aralığında  $g(x)$  və  $h(x)$  funksiyalarının tam qiymətlərini tapmaq.

$$-6 < 2x < -4 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -2,5.$$

Deməli,  $g(x)=2x$  funksiyası  $x=-2,5$  olduqda tam qiymət alır.  $h(-2,5)$  isə tam ədəd olmur. Ona görə də bu halda verilən bərabərsizliyin həlli yoxdu.

$$6. f(x)=-1; \quad x+2=-1 \Rightarrow x=-3, \quad g(-3)=-6, \quad h(-3)=4. \quad (-1)^{-6} = (-1)^4.$$

Deməli,  $x=-3$  bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxildir.

$$7. f(x) < -1; \quad x+2 < -1 \Rightarrow x < -3.$$

$x=n \leq -4 (n \in \mathbb{Z})$  olduqda  $g(n)=2n \leq -8$  cüt mənfi ədəd,  $h(n)=2(n^2+n-4) \geq 16$  olub cüt müsbət tam ədəd olur. Ancaq  $f(x) < -1$  olduğundan  $x=n \leq -4 (n \in \mathbb{Z})$  qiymətlərində bərabərsizlik ödənilmir. Ona görə də  $x=n \leq -4 (n \in \mathbb{Z})$  olduqda bərabərsizliyin həlli yoxdu.

$$x = n + \frac{1}{2}, \quad (n \leq -4, n \in \mathbb{Z}) \text{ olduqda } g(x) = 2n + 1 \leq -9 \text{ mənfi tək tam ədəddir, } h(n) = 2(n^2 + n - 4)$$

tam ədəd olmur. Ona görə də  $x = n + \frac{1}{2}, (n \leq -4, n \in \mathbb{Z})$  olduqda da bərabərsizliyin həlli yoxdu.

Beləliklə, verilən bərabərsizliyin həllər çoxluğu:  $x \in [-1; 2)$ .

**Nümunə.**  $(x^2 - 4)^{x+1} \geq (x^2 - 4)^{x^2-1}$  bərabərsizliyini həll edək.

$$f(x) = x^2 - 4, \quad g(x) = x + 1, \quad h(x) = x^2 - 1.$$

$$D(f) \cap D(g) \cap D(h) = (-\infty; +\infty).$$

$$1. \begin{cases} f(x) > 1, \\ g(x) > h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h). \end{cases} \begin{cases} x^2 - 4 > 1, \\ x + 1 > x^2 - 1, \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty), \\ x \in (-1; 2), \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

$$2. \begin{cases} 0 < f(x) < 1, \\ g(x) < h(x), \\ D(f) \cap D(g) \cap D(h).. \end{cases} \begin{cases} 0 < x^2 - 4 < 1, \\ x + 1 > x^2 - 1, \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\sqrt{5}; -2) \cup (2; \sqrt{5}), \\ x \in (-1; 2), \\ (-\infty; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

$$3. f(x) = 1 \Rightarrow x^2 - 4 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \in (-\infty; +\infty).$$

Deməli,  $x = \pm\sqrt{5}$  bərabərsizliyin həllər çoxluğuna aiddir.

$$4. f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \in (-\infty; +\infty).$$

$$g(-2) = -1 < 0, \quad h(-2) = 3 > 0; \quad g(2) = 3 > 0, \quad h(2) = 3 > 0$$

Deməli,  $f(x) = 0$  olduqda bərabərsizliyin həlli  $x = 2$ .

$$5. -1 < f(x) < 0; \quad -1 < x^2 - 4 < 0 \Rightarrow x \in (-2; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; 2).$$

$(-2; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; 2)$  aralığında  $g(x)$  və  $h(x)$  funksiyaları tam qiymətlər almır. Ona görə də bu halda verilən bərabərsizliyin həlli yoxdu.

$$6. f(x) = -1 \Rightarrow x^2 - 4 = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \in (-\infty; +\infty).$$

$x = \pm\sqrt{3}$  olduqda  $g(x)$  funksiyası tam qiymət almır. Ona görə də bu halda verilən bərabərsizliyin həlli yoxdu.

$$7. f(x) < -1; \quad x^2 - 4 < -1 \Rightarrow x \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3}).$$

$x \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$  olduqda  $x$ -in  $-1; 0; 1$  qiymətlərində

$$g(-1) = 0, \quad h(-1) = 0; \quad g(0) = 1, \quad h(0) = -1; \quad g(1) = 2, \quad h(1) = 0.$$

$$x = -1 \Rightarrow (-3)^0 \geq (-3)^0; \quad x = 0 \Rightarrow (-4)^1 \geq (-4)^{-1}; \quad x = 1 \Rightarrow (-3)^2 \geq (-3)^0.$$

Deməli,  $-1; 0; 1$  bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxildir.

Beləliklə, verilən bərabərsizliyin həllər çoxluğu:  $x \in \{-\sqrt{5}; -1; 0; 1\}$ .

### **Nəticə**

1. Üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həlli üsulları mövcud dərsliklərdə və vəsaitlərdə tam araşdırılmamışdır.

2. Bu məqalədə bərabərsizliyin həllər çoxluğuna verən tərifə əsasən  $(f(x))^{g(x)} > (f(x))^{h(x)}$  və  $(f(x))^{g(x)} \geq (f(x))^{h(x)}$  şəklindəki üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həllində mümkün olan bütün hallar tam araşdırılmışdır.

3. Qüvvətin əsası  $f(x) = 1, f(x) = -1, f(x) \leq 0$  olduğu hallarda bərabərsizliyin həllər çoxluğunun müəyyən edilməsi qaydası göstərilmişdir.

### **ƏDƏBİYYAT**

1. Həsənov A.İ. Elementar riyaziyyat, dərslik. Bakı: 2021, s. 463.
2. Həsənov A.İ. Riyaziyyat II hissə, dərs vəsaiti. Naxçıvan: 2008, s. 303.

**BİR OPERATOR- DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN QOYULMUŞ BAŞLANGIC-  
SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN REQULYAR HƏLL OLUNMASI HAQDA**

Separabel  $H$  hilbert fəzasında

$$\frac{d^5 u(t)}{dt^5} - \rho(t)A^5 u(t) = f(t), t \in R_+ = (0, \infty), \quad (1)$$

$$u'''(0) = u^{IV}(0) = 0 \quad (2)$$

kimi bir sərhəd məsələsinə baxaq, burada  $f(t), u(t) \in R_+$ -da sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri  $H$  hilbert fəzasından olan vektor-funksiyalardır, törəmələr ümumiləşmiş mənada başa düşülür (1) və  $A$  operatoru ilə  $\rho(t)$  əmsalı aşağıdakı kimi təyin olunurlar:

1)  $A$  tamam kəsilməz  $A^{-1}$  tərsinə malik və spektri

$$S_\varepsilon = \left\{ \lambda : |\arg \lambda| \leq \varepsilon, 0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{10} \right\}$$

bucaq sektorunda yerləşən normal operatorudur;

2)

$$\rho(t) = \begin{cases} \alpha^5, & t \in (0,1), \\ \beta^5, & t \in [1, \infty) \end{cases}$$

və  $\alpha, \beta > 0$  olmaqla  $\alpha \neq \beta$ .

Hilbert fəzasında normal operatorların spektral nəzəriyyəsinə məlumdur ki, 1) şərtini ödəyən  $A$  operatorunu  $A = UC$  şəklində göstərmək olar, burada  $C$  özü-özünə qoşma müsbət-müəyyən operator,  $U$  isə unitar operatorudur.

$H_\gamma (\gamma \geq 0)$  ilə  $A$  operatorunun doğurduğu hilbert fəzalarının şkalasını işarə edək, yəni  $H_\gamma = D(A^\gamma)$  və  $H_\gamma$  hilbert fəzasında skalyar hasil  $(x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y)$  kimi təyin olunub.  $H_0 = H$  və  $(x, y)_0 = (x, y)_H$  olduğu qəbul edilir.

Aşağıdakı hilbert fəzalarına baxaq([1]):

$$L_2(R_+; H) = \left\{ f : \|f\|_{L_2(R_+; H)} = \left( \int_0^\infty \|f(t)\|_H^2 dt \right)^{1/2} < +\infty \right\},$$

$$W_2^5(R_+; H) = \left\{ u : \frac{d^5 u}{dt^5}, A^5 u \in L_2(R_+; H), \|u\|_{W_2^5(R_+; H)} = \left( \|A^5 u\|_{L_2(R_+; H)}^2 + \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+; H)}^2 \right)^{1/2} \right\},$$

$$W_2^5(R_+; H; 3; 4) = \left\{ u : u \in W_2^5(R_+; H), u'''(0) = u^{IV}(0) = 0 \right\}.$$

Məlumdur ki,  $W_2^5(R_+; H; 3; 4)$  hilbert fəzası  $W_2^5(R_+; H)$  hilbert fəzasının tam alt fəzasıdır([1]).

**Tərif-1.** Əgər  $u \in W_2^5(R_+; H)$  vektor-funksiyası (1) tənliyini  $R_+$ -da sanki hər yerdə və (2) sərhəd şərtlərini isə

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{3/2} = 0, \lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{1/2} = 0$$

mənada ödəyirsə, onda ona (1)-(2) sərhəd məsələsinin requlyar həlli deyilir.

**Tərif-2.** Əgər istənilən  $f \in L_2(R_+; H)$  üçün (1)-(2) sərhəd məsələsinin requlyar həlli varsa və bu həll

$$\|u\|_{W_2^5(R_+; H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+; H)}$$

bərabərsizliyini ödəyirsə, onda (1)-(2) sərhəd məsələsi requlyar həll olunan sərhəd məsələsi adlanır.

**Teorem.** Əgər  $A$  operatoru 1) şərtini və  $\rho(t)$  ədədi funksiyası isə 2) şərtini ödəyirsə, onda (1)-(2) sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.

**İsbati.** Funksiyanın Furiye çevirməsini tətbiq etsək, asanlıqla yoxlamaq olar ki, istənilən  $f(t) \in L_2(R_+; H)$  üçün

$$u_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1} \left( \int_0^{\infty} f(s) e^{i(t-s)\xi} ds \right) d\xi$$

və

$$u_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (i\xi^5 E - \beta^5 A^5)^{-1} \left( \int_0^{\infty} f(s) e^{i(t-s)\xi} ds \right) d\xi$$

funksiyaları  $R_+$ -da sanki hər yerdə uyğun olaraq

$$\frac{d^5 u}{dt^5} - \alpha^5 A^5 u = f(t) \quad \text{və} \quad \frac{d^5 u}{dt^5} - \beta^5 A^5 u = f(t)$$

tənliklərini ödəyir. Göstərək ki,  $u_1(t), u_2(t) \in W_2^5(R_+; H)$ .

Aşkardır ki,  $u_1(t), u_2(t)$  vektor funksiyalarının Furiye çevirmələri uyğun olaraq

$$u_1^{\wedge}(\xi) = (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1} f^{\wedge}(\xi) \quad (3)$$

və

$$u_2^{\wedge}(\xi) = (i\xi^5 E - \beta^5 A^5)^{-1} f^{\wedge}(\xi) \quad (4)$$

şəklindədir, harada ki,  $f^{\wedge}(\xi) = f(t)$  vektor-funksiyasının Furiye çevirməsidir.

Planşerel teoreminə görə alarıq:

$$\|u_1\|_{W_2^5(R_+; H)}^2 = \left\| \frac{d^5 u_1}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+; H)}^2 + \|A^5 u_1\|_{W_2^5(R_+; H)}^2 = \|\xi^5 u_1^{\wedge}(\xi)\|_{L_2(R_+; H)}^2 + \|A^5 u_1^{\wedge}(\xi)\|_{L_2(R_+; H)}^2. \quad (5)$$

(5) bərabərliyi göstərir ki,  $u_1(t) \in W_2^5(R_+; H)$  olduğunu göstərmək üçün kifayətdir ki,  $\xi^5 u_1^{\wedge}(\xi) \in L_2(R_+; H)$  və  $A^5 u_1^{\wedge}(\xi) \in L_2(R_+; H)$  olduğunu göstərək.

Hilbert fəzasında  $A$  operatorunun spektral ayrılışına görə, istənilən  $\xi \in R_+$  üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur ( $\lambda = |\lambda| e^{i\varphi}$ ):

$$\begin{aligned} \left\| A^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1} \right\| &= \sup_{\lambda \in \sigma(A)} \left| \lambda^5 (i\xi^5 - \alpha^5 \lambda^5)^{-1} \right| \leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \left| \mu^5 (i\xi^5 - \alpha^5 \mu^5 e^{5i\varphi})^{-1} \right| = \\ &= \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \mu^5 \left| (i\xi^5 - \alpha^5 \mu^5 (\cos 5\varphi + i \sin 5\varphi))^{-1} \right| \leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \mu^5 \left( \xi^{10} + \alpha^{10} \mu^{10} - 2\alpha^5 \mu^5 \xi^5 \sin 5\varphi \right)^{-\frac{1}{2}} \leq \\ &\leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \mu^5 \left( \xi^{10} + \alpha^{10} \mu^{10} - \xi^{10} - \alpha^{10} \mu^{10} \sin^2 5\varphi \right)^{-\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{\alpha^5 \cos 5\varphi} \end{aligned}$$

(3)-ü və sonuncu bərabərsizliyi nəzərə alsaq,

$$\begin{aligned} \|A^5 u_1^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} &= \|A^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1} f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} \leq \\ &\leq \|A^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1}\| \cdot \|f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} \leq \frac{1}{\alpha^5 \cos 5\varphi} \|f(t)\|_{L_2(R_+;H)} \end{aligned}$$

alırıq ki, bu da  $A^5 u_1^\wedge(\xi) \in L_2(R_+;H)$  olduğunu göstərir.

İndi göstərek ki,  $\xi^5 u_1^\wedge(\xi) \in L_2(R_+;H)$ :

$$\begin{aligned} \|\xi^5 u_1^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} &= \|\xi^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1} f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} \leq \\ &\leq \sup_{\xi} \|\xi^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1}\| \cdot \|f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} = \sup_{\xi} \|\xi^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1}\| \cdot \|f(t)\|_{L_2(R_+;H)} \end{aligned} \quad (6)$$

bərabərsizliyində  $\|\xi^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1}\|$  normasını qiymətləndirək. Onda,  $A$  operatorunun spektral ayrılışından, istənilən  $\xi \in R_+$  üçün alırıq:

$$\begin{aligned} \|\xi^5 (i\xi^5 E - \alpha^5 A^5)^{-1}\| &= \sup_{\lambda \in \sigma(A)} |\xi^5 (i\xi^5 - \alpha^5 \lambda^5)^{-1}| = \sup_{\lambda \in \sigma(A)} |\xi^5 (i\xi^5 - \alpha^5 |\lambda|^5 (\cos 5\varphi + i \sin 5\varphi))^{-1}| = \\ &= \sup_{\lambda \in \sigma(A)} \xi^5 |i(\xi^5 - \alpha^5 |\lambda|^5 \sin 5\varphi) - \alpha^5 |\lambda|^5 \cos 5\varphi|^{-1} \leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \xi^5 (\alpha^{10} \mu^{10} \cos^2 5\varphi + (\xi^5 - \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi)^2)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \xi^5 (\xi^{10} - 2\xi^5 \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi + \alpha^{10} \mu^{10})^{\frac{1}{2}} \leq \sup_{\mu > 0} \xi^5 (\xi^{10} - 2\xi^5 \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varepsilon + \alpha^{10} \mu^{10})^{\frac{1}{2}} \leq \\ &\leq \sup_{\mu > 0} \xi^5 (\xi^{10} + \alpha^{10} \mu^{10})^{\frac{1}{2}} (1 - \sin 5\varepsilon)^{-\frac{1}{2}} \leq (1 - \sin 5\varepsilon)^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Bu sonuncu bərabərsizliyi (6)-da nəzərə alsaq,  $\xi^5 u_1^\wedge(\xi) \in L_2(R_+;H)$  alırıq. Onda (5)-ə görə  $u_1(t) \in W_2^5(R_+;H)$  olar. Anoloji qayda ilə isbat edilir ki,  $u_2(t) \in W_2^5(R_+;H)$ .

$u_1(t)$  vektor-funksiyasının  $(0,1]$  yarım intervalına,  $u_2(t)$  vektor-funksiyasının isə  $[1,\infty)$  yarım intervalına sınılmasını uyğun olaraq  $\psi_1(t), \psi_2(t)$  ilə işarə etsək, aşkardır ki,  $\psi_1(t) \in W_2^5((0,1];H)$  və  $\psi_2(t) \in W_2^5([1,\infty);H)$  olar. Onda, izlər haqda teoremə görə [1]  $\psi_i^{(j)}(0) \in H_{5-j-\frac{1}{2}}, i=1,2; j=0,4$  olar.

$$u(t) = \begin{cases} \theta_1(t) = \psi_1(t) + e^{\alpha\lambda_1(t-1)A} \varphi_1 + e^{\alpha\lambda_2(t-1)A} \varphi_2 + e^{\alpha\lambda_3 t A} \varphi_3 + e^{\alpha\lambda_4 t A} \varphi_4, t \in (0,1], \\ \theta_2(t) = \psi_2(t) + e^{\beta\lambda_5(1-t)A} \varphi_5 + e^{\beta\lambda_1(1-t)A} \varphi_6 + e^{\beta\lambda_2(1-t)A} \varphi_7, t \in [1,\infty) \end{cases}$$

vektor-funksiyasını quraq, burada  $\lambda_k = \cos \frac{2\pi(k-1)}{5} + i \sin \frac{2\pi(k-1)}{5}$  ədədləri ( $k = \overline{1,5}$ )  $\lambda^5 - 1 = 0$

tənliyinin kökləridir,  $\varphi_k$  ( $k = \overline{1,7}$ ) isə  $H_{\frac{9}{2}}$  hilbert fəzasından olan və hələlik nəməlum vektorlardır

ki, onları  $u \in W_2^5(R_+;H;3;4)$  şərtindən təyin edəcəyik. Bunun üçün  $\theta_1^{(j)}(0) = \theta_1^{(j)}(0) = 0, \theta_1^{(j)}(1) = \theta_2^{(j)}(1), j = \overline{0,4}$  olmalıdır. Bu bərabərliklərdən,  $\varphi_k$  ( $k = \overline{1,7}$ ) məchullarına nəzərən, aşağıdakı tənliklər sistemini almış olarıq:



$$\begin{cases}
 \alpha^3 \lambda_1^3 A^3 e^{-\alpha \lambda_1 A} \varphi_1 + \alpha^3 \lambda_2^3 A^3 e^{-\alpha \lambda_2 A} \varphi_2 + \alpha^3 \lambda_3^3 A^3 \varphi_3 + \alpha^3 \lambda_4^3 A^3 \varphi_4 = -\psi_1'''(0) \\
 \alpha^4 \lambda_1^4 A^4 e^{-\alpha \lambda_1 A} \varphi_1 + \alpha^4 \lambda_2^4 A^4 e^{-\alpha \lambda_2 A} \varphi_2 + \alpha^4 \lambda_3^4 A^4 \varphi_3 + \alpha^4 \lambda_4^4 A^4 \varphi_4 = -\psi_1^{iv}(0) \\
 \varphi_1 + \varphi_2 + e^{\alpha \lambda_3 A} \varphi_3 + e^{\alpha \lambda_4 A} \varphi_4 - \varphi_5 - \varphi_6 - \varphi_7 = \psi_2(1) - \psi_1(1) \\
 \alpha \lambda_1 A \varphi_1 + \alpha \lambda_2 A \varphi_2 + \alpha \lambda_3 A e^{\alpha \lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha \lambda_4 A e^{\alpha \lambda_4 A} \varphi_4 + \beta \lambda_5 A \varphi_5 + \beta \lambda_1 A \varphi_6 + \beta \lambda_2 A \varphi_7 = \\
 = \psi_2'(1) - \psi_1'(1) \\
 \alpha^2 \lambda_1^2 A^2 \varphi_1 + \alpha^2 \lambda_2^2 A^2 \varphi_2 + \alpha^2 \lambda_3^2 A^2 e^{\alpha \lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha^2 \lambda_4^2 A^2 e^{\alpha \lambda_4 A} \varphi_4 - \beta^2 \lambda_5^2 A^2 \varphi_5 - \beta^2 \lambda_1^2 A^2 \varphi_6 - \\
 - \beta^2 \lambda_2^2 A^2 \varphi_7 = \psi_2''(1) - \psi_1''(1) \\
 \alpha^3 \lambda_1^3 A^3 \varphi_1 + \alpha^3 \lambda_2^3 A^3 \varphi_2 + \alpha^3 \lambda_3^3 A^3 e^{\alpha \lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha^3 \lambda_4^3 A^3 e^{\alpha \lambda_4 A} \varphi_4 + \beta^3 \lambda_5^3 A^3 \varphi_5 + \beta^3 \lambda_1^3 A^3 \varphi_6 + \\
 + \beta^3 \lambda_2^3 A^3 \varphi_7 = \psi_2'''(1) - \psi_1'''(1) \\
 \alpha^4 \lambda_1^4 A^4 \varphi_1 + \alpha^4 \lambda_2^4 A^4 \varphi_2 + \alpha^4 \lambda_3^4 A^4 e^{\alpha \lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha^4 \lambda_4^4 A^4 e^{\alpha \lambda_4 A} \varphi_4 - \beta^4 \lambda_5^4 A^4 \varphi_5 - \beta^4 \lambda_1^4 A^4 \varphi_6 - \\
 - \beta^4 \lambda_2^4 A^4 \varphi_7 = \psi_2^{(4)}(1) - \psi_1^{(4)}(1)
 \end{cases} \quad (7)$$

$$\Delta(A) = \begin{bmatrix}
 \alpha^3 \lambda_1^3 e^{-\alpha \lambda_1 A} & \alpha^3 \lambda_2^3 e^{-\alpha \lambda_2 A} & \alpha^3 \lambda_3^3 E & \alpha^3 \lambda_4^3 E & 0 & 0 & 0 \\
 \alpha^4 \lambda_1^4 e^{-\alpha \lambda_1 A} & \alpha^4 \lambda_2^4 e^{-\alpha \lambda_2 A} & \alpha^4 \lambda_3^4 E & \alpha^4 \lambda_4^4 E & 0 & 0 & 0 \\
 E & E & e^{\alpha \lambda_3 A} & e^{\alpha \lambda_4 A} & -E & -E & -E \\
 \alpha \lambda_1 E & \alpha \lambda_2 E & \alpha \lambda_3 e^{\alpha \lambda_3 A} & \alpha \lambda_4 e^{\alpha \lambda_4 A} & \beta \lambda_5 E & \beta \lambda_1 E & \beta \lambda_2 E \\
 \alpha^2 \lambda_1^2 E & \alpha^2 \lambda_2^2 E & \alpha^2 \lambda_3^2 e^{\alpha \lambda_3 A} & \alpha^2 \lambda_4^2 e^{\alpha \lambda_4 A} & -\beta^2 \lambda_5^2 E & -\beta^2 \lambda_1^2 E & -\beta^2 \lambda_2^2 E \\
 \alpha^3 \lambda_1^3 E & \alpha^3 \lambda_2^3 E & \alpha^3 \lambda_3^3 e^{\alpha \lambda_3 A} & \alpha^3 \lambda_4^3 e^{\alpha \lambda_4 A} & \beta^3 \lambda_5^3 E & \beta^3 \lambda_1^3 E & \beta^3 \lambda_2^3 E \\
 \alpha^4 \lambda_1^4 E & \alpha^4 \lambda_2^4 E & \alpha^4 \lambda_3^4 e^{\alpha \lambda_3 A} & \alpha^4 \lambda_4^4 e^{\alpha \lambda_4 A} & -\beta^4 \lambda_5^4 E & -\beta^4 \lambda_1^4 E & -\beta^4 \lambda_2^4 E
 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \end{bmatrix}, \tilde{\psi} = \begin{bmatrix} -A^{-3} \psi_1'''(0) \\ -A^{-4} \psi_1^{iv}(0) \\ \psi_2(1) - \psi_1(1) \\ A^{-1} [\psi_2'(1) - \psi_1'(1)] \\ A^{-2} [\psi_2''(1) - \psi_1''(1)] \\ A^{-3} [\psi_2'''(1) - \psi_1'''(1)] \\ A^{-4} [\psi_2^{(4)}(1) - \psi_1^{(4)}(1)] \end{bmatrix}$$

işarə etsək (7) tənliklər sistemini

$$\Delta(A) \tilde{\varphi} = \tilde{\psi} \quad (8)$$

şəklində yazırıq, burada  $\tilde{\varphi}, \tilde{\psi} \in H^7$ . Göstərsək ki,  $\Delta(A)$  operator-matrisi tərslənəndir, onda alırıq ki, (8)-in  $H^7$  hilbert fəzasında  $\tilde{\varphi} \neq 0$  həlli var. Bunun üçün  $\Delta(A)$  operator-matrisində  $A$  operatorunun yerinə  $\lambda$ -kompleks dəyişənini yazıb  $\Delta(\lambda)$  matrisinə baxaq. Onda aşkardır ki,  $\lambda \in S_\varepsilon$  olmaqla  $|\lambda| \rightarrow \infty$  olsa

$$\det \Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \alpha^3 \lambda_3^3 & \alpha^3 \lambda_4^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha^4 \lambda_3^4 & \alpha^4 \lambda_4^4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ \alpha \lambda_1 & \alpha \lambda_2 & 0 & 0 & \beta \lambda_5 & \beta \lambda_1 & \beta \lambda_2 \\ \alpha^2 \lambda_1^2 & \alpha^2 \lambda_2^2 & 0 & 0 & -\beta^2 \lambda_5^2 & -\beta^2 \lambda_1^2 & -\beta^2 \lambda_2^2 \\ \alpha^3 \lambda_1^3 & \alpha^3 \lambda_2^3 & 0 & 0 & \beta^3 \lambda_5^3 & \beta^3 \lambda_1^3 & \beta^3 \lambda_2^3 \\ \alpha^4 \lambda_1^4 & \alpha^4 \lambda_2^4 & 0 & 0 & -\beta^4 \lambda_5^4 & -\beta^4 \lambda_1^4 & -\beta^4 \lambda_2^4 \end{vmatrix} + O(\lambda)$$

olar, burada  $|O(\lambda)| \xrightarrow{|\lambda| \rightarrow \infty} 0$ . Sonuncu bərabərlikdən  $|\lambda| \rightarrow \infty, \lambda \in S_\varepsilon$  olduqda

$$\det \Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} \alpha^3 \lambda_3^3 & \alpha^3 \lambda_4^3 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ \alpha^4 \lambda_3^4 & \alpha^4 \lambda_4^4 & \alpha \lambda_1 & \alpha \lambda_2 & \beta \lambda_5 & \beta \lambda_1 & \beta \lambda_2 \\ \alpha^2 \lambda_1^2 & \alpha^2 \lambda_2^2 & \alpha^2 \lambda_1^2 & \alpha^2 \lambda_2^2 & -\beta^2 \lambda_5^2 & -\beta^2 \lambda_1^2 & -\beta^2 \lambda_2^2 \\ \alpha^3 \lambda_1^3 & \alpha^3 \lambda_2^3 & \alpha^3 \lambda_1^3 & \alpha^3 \lambda_2^3 & \beta^3 \lambda_5^3 & \beta^3 \lambda_1^3 & \beta^3 \lambda_2^3 \\ \alpha^4 \lambda_1^4 & \alpha^4 \lambda_2^4 & \alpha^4 \lambda_1^4 & \alpha^4 \lambda_2^4 & -\beta^4 \lambda_5^4 & -\beta^4 \lambda_1^4 & -\beta^4 \lambda_2^4 \end{vmatrix} + O(\lambda) \neq 0$$

alınar. Göstərək ki, istənilən  $\lambda \in S_\varepsilon$  üçün  $\det \Delta(\lambda) \neq 0$ . Doğrudan da, əgər belə deyilsə, onda elə  $\mu \in S_\varepsilon$  var ki,  $\det \Delta(\mu) = 0$  olur. Bu isə o deməkdir ki, elə sıfırdan fərqli  $\tilde{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_7) \in C^7$  vektoru var ki,  $\Delta(\mu)\tilde{\eta} = \theta$ , burada  $\theta \in C^7$  sıfır vektordur. Onda aşkardır ki,

$$\begin{cases} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} - \rho(t)\mu^5 x(t) = 0 \\ x'''(0) = x^{iv}(0) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

sərhəd məsələsinin  $W_2^5(R_+)$  fəzasından olan həlli

$$x(t) = \begin{cases} e^{\alpha \lambda_1 \mu(t-1)} \eta_1 + e^{\alpha \lambda_2 \mu(t-1)} \eta_2 + e^{\alpha \lambda_3 \mu t} \eta_3 + e^{\alpha \lambda_4 \mu t} \eta_4, t \in (0,1], \\ e^{\beta \lambda_5 \mu(1-t)} \eta_5 + e^{\beta \lambda_1 \mu(1-t)} \eta_6 + e^{\beta \lambda_2 \mu(1-t)} \eta_7, t \in (1, \infty) \end{cases}$$

şəklində axtarılmalıdır. Göstərək ki,  $x(t) \equiv 0$ . (9) – dan

$$0 = \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} - \rho^{1/2} \mu^5 x(t) \right\|_{L_2(R_+)}^2 = \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}^2 + \left\| \rho^{1/2} \mu^5 x(t) \right\|_{L_2(R_+)}^2 - 2 \operatorname{Re} \bar{\mu}^5 \left( \frac{d^5 x(t)}{dt^5}, x(t) \right) \quad (10)$$

alırıq.  $x(0) = x'''(0) = 0$  şərtini nəzərə alıb hissə - hissə inteqrallaşaq

$$\left( \frac{d^5 x(t)}{dt^5}, \mu^5 x(t) \right)_{L_2(R_+)} = -\bar{\mu}^5 \left( x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right)_{L_2(R_+)} - \bar{\mu}^5 \|x'''(0)\|^2$$

alırıq. Onda

$$\begin{aligned}
 2 \operatorname{Re} \int_0^\infty \left( \frac{d^5 x(t)}{dt^5}, x(t) \right)_{L_2(R_+)} dt &= 2 \operatorname{Re} \int_0^\infty \left( \frac{d^5 x(t)}{dt^5}, \mu^5 x(t) \right) dt = \bar{\mu}^5 \int_0^\infty \left( \frac{d^5 x(t)}{dt^5}, x(t) \right) dt + \mu^5 \int_0^\infty \left( x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt = \\
 &= \mu^5 \int_0^\infty \left( x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt - \bar{\mu}^5 \int_0^\infty \left( x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt - \bar{\mu}^5 \|x''(0)\|^2 = (\mu^5 - \bar{\mu}^5) \int_0^\infty \left( x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt - \bar{\mu}^5 \|x''(0)\|^2 = \\
 &= 2|\mu|^5 i \sin 5\varphi \int_0^\infty \left( \rho^{1/2} x(t), \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt - |\mu|^5 \cos 5\varphi \|x''(0)\|^2 - i|\mu|^5 \sin 5\varphi \|x''(0)\|^2
 \end{aligned}$$

alırıq. Bu sonuncu həqiqi ədəd olduğundan

$$\int_0^\infty \left( x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt = \frac{1}{2} \|x''(0)\|^2 + iq$$

şəklində olmalıdır ki, buradan da  $q \geq -\|x(t)\|_{L_2(R_+)} \left\| \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}$  alınır. Bunları (10)-da nəzərə alsaq

$$\begin{aligned}
 0 &\geq \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}^2 + \left\| \rho^{1/2} x(t) \right\|_{L_2(R_+)}^2 \|\mu\|^{10} - 2|\mu|^5 \sin 5\varepsilon \left\| \rho^{1/2} x(t) \right\|_{L_2(R_+)} \cdot \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)} + \\
 &+ |\mu|^5 \cos 5\varepsilon \|x''(0)\|^2 \geq (1 - \sin 5\varepsilon) \left( \left\| \rho^{1/2} x(t) \right\|_{L_2(R_+)}^2 \cdot \|\mu\|^{10} + \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}^2 \right) + |\mu|^5 \cos 5\varepsilon \|x''(0)\|^2
 \end{aligned}$$

olar.  $0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{10}$  olduğundan, axırıncı bərabərsizlikdən alırıq ki,  $R_+$  - da sanki hər yerdə  $x(t) = 0$

olmalıdır. Buradan isə  $\tilde{\eta} = 0$ , yəni  $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_7 = 0$  olduğu alınır.

Beləliklə, biz aldıq ki,  $\Delta_0(\mu)\xi = 0$  matris tənliyi yalnız sıfır həllinə malikdir. Buna görə də  $\Delta_0(\mu)$  matrisi  $\operatorname{Re} \mu \geq \mu_0 > 0$  olan istənilən  $\mu \in S_\varepsilon$  üçün tərslənəndir. Onda aşkardır ki, istənilən  $\lambda \in S_\varepsilon$  üçün  $|\det \Delta_0(\lambda)| \geq \sigma_0 > 0$ .  $\lambda \in \sigma(A) \subset S_\varepsilon$  olduqda  $A$  operatorunun spektral ayrılışından alırıq ki,  $\Delta_0(A)$  operator matrisi  $H^7$  fəzasında tərslənəndir. Onda biz  $H_{\frac{9}{2}}$  hilbert fəzasından olan  $\varphi_i (i = \overline{1,7})$  vektorlarını yuxarıda aldığımız tənliklər sisteminin həlli kimi birqiymətli olaraq tapa bilərik.  $\varphi_j \in H_{\frac{9}{2}} (i = \overline{1,7})$  olduğundan  $u(t) \in W_2^5(R_+; H; 3; 4)$  olar.

$\Delta_0(A)$  operator matrisi tərslənən olduğundan

$$\begin{cases} \frac{d^5 u}{dt^5} - \rho(t)A^5 u = 0 \\ u'''(0) = u^{iv}(0) = 0 \end{cases}$$

sərhəd məsələsi yalnız sıfır həllinə malikdir. Odur ki,  $P_0 \cdot = \frac{d^5}{dt^5} - \rho(t)A^5 \cdot$  operatoru  $W_2^5(R_+; H; 3; 4)$  hilbert fəzasını  $L_2(R_+; H)$  hilbert fəzası üzərinə qarşılıqlı birqiymətli inikas etdirir.

İstənilən  $u \in W_2^5(R_+; H)$  üçün

$$\begin{aligned} \|P_0 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 &= \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} - \rho(t)A^5 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 \leq 2 \left( \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \left\| \rho(t)A^5 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) \leq \\ &\leq 2 \left( \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \max \rho^2(t) \|A^5 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) \leq 2 \left( \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \max(\alpha^{10}, \beta^{10}) \|A^5 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) \leq \\ &\leq \text{const} \left( \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \|A^5 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) = \text{const} \|u\|_{W_2^5(R_+;H)}^2 \end{aligned}$$

olduğundan  $P_0 : W_2^5(R_+;H;3;4) \rightarrow L_2(R_+;H)$  operatoru məhduddur .

Beləliklə alırıq ki,  $P_0 \cdot = \frac{d^5 \cdot}{dt^5} - \rho(t)A^5 \cdot$  operatoru məhduddur və  $W_2^5(R_+;H;3;4)$  hilbert fəzasını  $L_2(R_+;H)$  hilbert fəzası üzərinə biyektiv inikas etdirir. Onda, tərs operator haqda Banax teoreminə görə

$$P_0^{-1} : L_2(R_+;H) \rightarrow W_2^5(R_+;H;3;4)$$

tərs operatoru var və o  $L_2(R_+;H)$  üzərində məhduddur, yəni

$$\|u\|_{W_2^5(R_+;H)} = \|P_0^{-1} f\|_{W_2^5(R_+;H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+;H)}$$

olur. Onda, tərifə görə, (1) – (2) sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır. **T.i.o.**

### ƏDƏBİYYAT

1. Ж.-Л.Лионс, Э.Мадженес. Неоднородные граничные задачи и их приложения. Изд. «Мир», Москва: 1971, 361 с.
2. Мирзоев С.С. Об условиях корректной разрешимости краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений. ДАН СССР, 1983, т.273, №2, с. 281-295
3. Алиев А.Р. О разрешимости краевой задачи для операторно-дифференциальных уравнений третьего порядка с разрывным коэффициентом. // Труды ИММ АН Азерб., т.7(15), 1997, с. 18-25.
4. Əbülfəz Məmmədov. Bir sinif üçtərtibli kəsilmə əmsallı operator diferensial tənliyin requlyar həllinin yeganəliyi haqqında. Elmi əsərlər, Fizika-Riyaziyyat və Texnika elmləri seriyası. Naxçıvan: “Qeyrət”, 2011, № 1(35), s. 16-20.

**RÖVŞƏN HƏSƏNOV**  
*hrovsen.2020@gmail.com*  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **CƏBR KURSUNUN TƏDRİSİNDƏ RİYAZİ ƏLAMƏTLƏR VƏ ONLARIN RİYAZİ TƏFƏKKÜRÜN FORMALAŞDIRILMASINDA ROLU**

Riyaziyyatın təlimində müxtəlif riyazi anlayışlar və təkliflər öyrənilir. Doğruluğu isbat olunan riyazi təkliflər funksiyalarından asılı olaraq lemma, teorem, xassə və əlamət adlanmaqla müxtəlif siniflərə ayrılırlar. Teoremlər qurulmuş riyazi nəzəriyyənin əsas “daşları” hesab olunurlar. Lemmalar isbat ediləcək teoremin ayrılmış müəyyən hissəsini ehtiva etməklə köməkçi təklif funksiyasını yerinə yetirirlər. Xassə daxil edilmiş anlayış və münasibətin xarakterik xüsusiyyətini ifadə edən riyazi təklifdir. Əlamətlər adlanan teoremlər isə nəzəri materialın, xüsusilə praktik istiqamətli məsələlərin öyrənilməsində mühüm əhəmiyyət daşıyan riyazi təkliflərdir.

Orta məktəbin riyaziyyat kursunda bir sıra əlamətlər öyrənilir: natural ədədlər çoxluğunda bölünmə əlamətləri; iki üçbucağın konqruentlik əlamətləri; iki üçbucağın oxşarlıq əlamətləri; müstəvi üzərində iki düz xəttin paralellik əlamətləri; həqiqi ədədlər meydanı üzərində kvadrat tənliyin həqiqi köklərə malik olması əlamətləri və s.

İxtiyari sadə riyazi təklifi standart şəkildə yazmaq olar. Belə ki, riyazi təkliflər “şərt” və “hökm” adlanan iki hissədən (müləhizədən) təşkil olunur.

Misal 1. Rəqəmləri cəmi 3-ə bölünən ədədin özü də 3-ə bölünür. Bu təklif standart şəkildə belə ifadə oluna bilər:

Əgər natural ədədin rəqəmləri cəmi 3-ə bölünürsə, onda həmin ədəd 3-ə bölünər.

Bu təklifdə “ədədin rəqəmləri cəmi 3-ə bölünür” müləhizəsi teoremin şərti, “ədəd 3-ə bölünür” müləhizəsi isə teoremin hökmü adlanır. Göstərilən təklifdə şərti  $P(n)$  ilə, hökmü  $Q(n)$  ilə işarə etsək, onda həmin təklif simvolik olaraq

$$(\forall n \in \mathbb{N}) P(n) \Rightarrow Q(n) \quad (1)$$

kimi işarə oluna bilər.

Təklifdən belə çıxır ki, rəqəmləri cəmi 3-ə bölünən bütün natural ədədlər 3-ə bölünürlər. Bu təklifə 3-ə bölünmənin kafi əlaməti deyilir, onun tərsi də doğrudur:

Əgər natural ədəd 3-ə bölünürsə, onda onun rəqəmləri cəmi də 3-ə bölünər. Bu halda yazıla bilər.

$$(\forall n) (Q(n) \Rightarrow P(n)) \quad (2)$$

Onda deyilir ki,  $P(n)$  (rəqəmləri cəmi 3-ə bölünür) üçün  $Q(n)$  (ədəd 3-ə bölünür) zəruridir. Bu isə 3-ə bölünmənin zəruri əlamətidir.

Qeyd edək ki, elə hal ola bilər ki, (1) doğru olmasına baxmayaraq, (2) alınmır, yəni doğru olan təklifin hökmündən onun şərti alınmaya bilər.

Əgər  $Q(n) \Leftrightarrow P(n)$  olarsa ( $P(n)$  və  $Q(n)$  simvollarının mənalari əvvəlki tək qalır), onda təklif aşağıdakı kimi ifadə edilir.

Natural ədəd 3-ə yalnız və yalnız onda bölünür ki, onun rəqəmləri cəmi 3-ə bölünsün. Bu şəkildə olan təklif 3-ə bölünmə əlaməti, daha dəqiq desək 3-ə bölünmənin zəruri və kafi əlaməti adlanır.

Ümumiyyətlə, əlamətləri kafi, zəruri, zəruri və kafi olmaqla üç növə bölmək olar.

Qeyd edək ki, əgər  $P \Leftrightarrow Q$  olarsa, onda  $Q \Leftrightarrow P$  də doğrudur, yəni əgər  $P$ -nin doğru olması üçün  $Q$ -nün ödənilməsi zəruri və kafidirsə, onda  $Q$ -nün doğru olması üçün də  $P$ -nin ödənilməsi zəruri və kafidir. Ali pedaqoji məktəblər üçün yazılmış dərs vəsaitlərində [1, 2, 4] zəruri və kafi əlamət ümumi şəkildə belə ifadə olunur:  $P$  onda və ancaq onda doğru olur ki,  $Q$  doğru olsun.

Əlamətləri onların funksiyalarının xarakterinə görə də təsnif etmək olar.

Misal 2. Oxşar üçbucaqların tərif belə verilir [3, səh. 135]:

“Uyğun bucaqları konqruent, uyğun tərəfləri mütənəsb olan üçbucaqlara oxşar üçbucaqlar

deyilir. Burada uyğun tərəflər dedikdə konqruent bucaqların qarşısında duran tərəflər nəzərdə tutulur”.

Tərifə əsaslanaraq verilmiş iki üçbucağın oxşar olduğunu sübut etmək istəsək, altı şərtin doğru olmasını yoxlamaq lazım gələcəkdir. Lakin üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etsək, onda yoxlanılacaq şərtlər azalır. Üçbucaqların üç oxşarlıq əlaməti öyrənilir: BB, TTT və TBT əlamətləri [3, səh. 137].

Beləliklə, yeni anlayış daxil edildikdən sonra, anlayışın verilmiş obyektlərə aid olmasını yoxlamaq üçün əlamətlər verilir. Oxşar situasiya üçbucaqların konqruentliyini, düz xətlərin paralelliyini və i.a müəyyən edilməsi zamanı da yaranır.

Misal 3. Konkret kvadrat tənliyin həqiqi ədədlər çoxluğundan köklərini tapmaq tələb olunur. Belə köklərin mövcud olduğunu yoxlamadan onların tapılmasına başlamaq izafi vaxt itkisinə gətirib çıxara bilər. Həqiqi köklərin varlığı əlamətinin tətbiqi ilə isə tez və səmərəli qoyulmuş məsələyə cavab verilə bilər; həqiqi ədədlər çoxluğunda kvadrat tənliyin həllinin olmaması üçün onun diskriminantının mənfi olmaması zəruri və kafidir.

Biz yeni tip əlamətdən istifadə etdik. Bu əlamətin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, qoyulmuş məsələnin həllinin tapılmasına başlamazdan öncə, həllin varlığı haqqında əlamətdən istifadə edilir.

Beləliklə, əlamətləri tətbiq olunma funksiyasına görə təsnif edərək, onları iki tipə ayırmaq olar.

I–tip əlamət. Verilmiş anlayışın tərifindəki şərtlərin hamısını yoxlamaq zəruri olmur. Əlamətin köməyi ilə daha az şərtlərin yoxlanılması kifayət edir.

II–tip əlamət. Bir sıra hallarda həllin tapılması məqsədi ilə həyata keçirilən proseduranın yerinə yetirilmə prosesi çox vaxt mexaniki icralar tələb edir. Lakin müəyyən edilmiş əlamətin tətbiqi ilə həll haqda məlumat əldə edilməsi nəzərdə tutulan proseduradan imtina etməyə imkan verə bilər.

Müşahidələr göstərir ki, riyazi əlamətlərə yuxarıda göstərilən səpgidə yanaşma uyğun riyazi təkliflərin mənimsənilməsinə stimül verir, tətbiq olunmaqla praktik vərdişlərin yaranmasına və riyazi təfəkkürün formalaşmasına ciddi təsir edir.

Göstərilən yanaşma ilə ali pedaqoji məktəblərin cəbr kursunda tədris olunan əlamətləri və onların riyazi təfəkkürün formalaşmasına təsiri məsələlərini araşdırmaq olar.

Misal 4. Cəbr kursunda xətti tənliklər sisteminin tədqiqi ən mühüm məsələlərdən biridir. Xətti tənliklər sisteminin həlli üçün tətbiq edilən Qauss üsulu universal üsul sayılır. Bu üsulun icra alqoritmi belə ifadə edilə bilər.

1. Xətti tənliklər sisteminin əsas matrisi aydın göstərilməklə genişlənmiş matrisi yazılır.

2. Elementar çevirmələrin köməyi ilə [1, s. 122] yazılmış matris pilləli matrisə gətirilir.

3. Alınmış pilləli matrisə uyğun olan pilləli xətti tənliklər sistemi yazılır.

4. Alınmış pilləli xətti tənliklər, onda iştirak edən məchullardan biri tapılır, yaxud sərbəst məchullarla ifadə edilir.

5. Tapılmış məchulun qiyməti (ifadəsi) axırıncıdan əvvəlki tənlikdə yazılmaqla növbəti məchulun qiyməti tapılır və s. Bu qayda ilə aşağıdan yuxarıya doğru hərəkət etməklə xətti tənliklər sistemi həll edilir. Belə ki, sistemin birgəliyi, müəyyənliyi aydınlaşdırılır. Qeyd edək ki, Qauss üsulunu tətbiq etmədən onun birgəliyini müəyyən edən əlamətlər mövcuddur. Bu əlamətlərdən çox geniş tətbiq olunan Kroneker-Kapelli teoremidir. [5, s. 193]

Teorem. Xətti tənliklər sistemi onda və yalnız onda birgə olur ki, sistemin əsas matrisinin ranqı onun genişlənmiş matrisinin ranqına bərabər olsun.

Göstərilən əlamət II– tipli əlamət olmaqla, zəruri və kafi əlamətdir.

Misal 5. Cəbr kursunun tədrisində öyrənilməsi zəruri və maraqlı olan əlamətlərdən biri də iki çoxhədlinin müsbət dərəcəli ortaqla vurulmuş malik olması üçün zəruri və kafi əlamətdir. Bu əlamətin əhəmiyyətini aydınlaşdırmaq.

Məlumdur ki, Evklid alqoritminin köməyi ilə iki çoxhədlinin ƏBOB-u axtarılır. Aparılan prosesi ehtiva edən proseduranın sonunda onların qarşılıqlı sadə olduğu müəyyənləşə bilər. Məhz bu halın olub-olmadığının öyrənilməsinə xidmət edən II – tip əlamətin verilməsi əhəmiyyətlidir. [5, s. 500]



çoxhədliləri verilmişdir və  $a_0$  və  $b_0$  əmsallarından heç olmasa biri sıfırdan fərqlidir.  $f$  və  $g$  çoxhədliləri onda və ancaq onda müsbət dərəcəli ortağ vuruğa malik olur ki, bu çoxhədlilərin rezultantı sıfıra bərabər olsun.

1-ci və 2-ci teoremlərdə verilmiş  $f$  və  $g$  çoxhədlilərinin baş əmsalları olan  $a_0$  və  $b_0$  elementlərinin sıfırdan fərqli olması şərtindən imtina edək. Bu halda rezultantın sıfıra bərabər olmasından  $f$  və  $g$  çoxhədlilərinin ortağ vuruğa malik olması çıxmaya bilər. Bununla bərabər bir halın mümkün olduğunu göstərmək olar.

Doğrudan da,  $R(f, g)$  rezultantı  $a_n = 0, b_m = 0$  halında da sıfıra çevrilir. Lakin bu halda  $f$  və  $g$  çoxhədlilərinin sərbəst hədləri sıfıra bərabər olduğundan  $d(x) = x$  onların müsbət dərəcəli ortağ vuruğu olur.

**Teorem 3.** İxtiyari baş əmsallı (3) çoxhədlilərinin  $R(f, g)$  rezultantı onda və ancaq onda sıfıra çevrilsin ki, ya onların müsbət dərəcəli ortağ vuruğu olsun, ya da bu çoxhədlilərin baş əmsalları sıfıra bərabər olsun.

Yuxarıda 1-ci və 2-ci teoremlərlə şərh olunan əlamət zəruri və kafi əlamətdir. Qeyd edək ki, cəbr kursunda tez-tez rast gəlinən kafi əlamətlərə aid misallar göstərmək olar.

**Misal 6.** Eyzenşteyn kriteriyası adlanan tam əmsallı çoxhədlilər halqasında gətirilməzliyin kafi əlamətini şərh edəcəyik.

Öncə qeyd edək ki,  $Q[x]$  halqasında çoxhədlilərin gətirilmə məsələsi  $Z[x]$  halqasında gətirilmə məsələsi ilə bağlıdır.

**Nəticə 1.** [1, səh. 526]. Tutaq ki,  $f - Z[x]$  halqasına mənsub olan çoxhədlidir. Əgər  $f$  çoxhədlisi  $Q[x]$  halqasında gətiriləndirsə, onda o  $Z[x]$  halqasında gətiriləndir.

**Nəticə 2.** [1, səh. 524].  $Z[x]$ -də gətirilməyən  $f$  çoxhədlisi  $Q[x]$ -də də gətirilməyəndir.

Tam ədədlər halqasında çoxhədlinin gətirilməyən olması üçün kafi əlaməti (Eyzenşteyn kriteriyasını) verək.

**Teorem 4.** [1, səh. 524]. Fərz edək ki, tam əmsallı

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

çoxhədlisi verilmişdir və aşağıdakı şərtləri ödəyən  $p$  sadə ədədi vardır:

- 1)  $a_0$  baş əmsalı  $p$ -yə bölünmür;
- 2) qalan əmsallar  $p$ -yə bölünür;
- 3)  $a_n$  sərbəst həddi  $p^2$ -na bölünmür

Onda  $f(x)$  çoxhədlisi rəasional ədədlər meydanı üzərində gətirilməyəndir.

Eyzenşteyn kriteriyası çoxhədlinin rəasional ədədlər meydanı üzərində gətirilən olmaması üçün kafi əlamətdir, zəruri əlamət deyildir. Əgər çoxhədlisi üçün Eyzenşteyn kriteriyasının şərtləri ödənilmirsə, onda bu çoxhədlisi rəasional ədədlər meydanında gətirilən ola bilər, olmaya da bilər. **Məsələn,**

$x^2 - 5x + 6$  və  $x^n + 2$  çoxhədlisi üçün Eyzenşteyn kriteriyasının şərtləri ödənilmir. Lakin bu çoxhədlilərdən birincisi rəasional ədədlər meydanında gətiriləndir, ikincisi isə gətirilməyəndir.

Çoxhədlilər cəbrindən daha bir əhəmiyyətli, tam əmsallı çoxhədlinin rəasional kökləri haqqında zəruri əlaməti şərh edək. [1, səh. 526].

**Teorem 5.** Əgər  $p$  və  $q$  tam ədədləri qarşılıqlı sadə ədədlər olmaqla,  $\frac{p}{q}$  kəsri

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

çoxhədlisinin köküdürsə, onda  $p$  ədədi sərbəst  $a_m$  əmsalının,  $q$  isə  $a_0$  yüksək hədd əmsalının bölənidir.

Bu əlamətdən istifadə etməklə, verilən tam əmsallı çoxhədlinin kökləri ola biləcək rəasional ədədlər çoxluğu müəyyənləşdirilir. Həmin çoxluqdan götürülmüş ədədlərin çoxhədlinin kökü olması müxtəlif sınaq üsulları ilə əsaslandırılır.

Cəbr kursunun digər bölmələrinə aid olan çoxlu əlamətlər mövcuddur. Xətti cəbrdə rast gəlinən əlamətlərə aid nümunələr göstərməklə kifayətlənirik.

1. Determinantın sıfıra bərabər olmasının zəruri və kafi əlaməti [5, səh. 238].



Teorem 6. Kvadrat matrisin determinantı onda və ancaq onda sıfıra bərabər olar ki, matrisin sətirləri(sütunları) xətti asılı olsun.

2. Teorem 7. İstənilən  $A$  kvadrat matrisi üçün aşağıdakı dörd hökm ekvivalentdir:

- a)  $|A| \neq 0$ ;
- b)  $A$  matrisinin sətirləri (sütunları) xətti asılı olmayandır;
- c)  $A$  matrisi tərsinə çevriləndir;
- d)  $A$  matrisi elementar matrislərin hasilinə şəkildə göstəriləndir.

Qeyd edək ki,  $A$  matrisinin sətirləri (sütunları) xətti asılı olmadıqda,  $A^{-1}$  –ya çevrilməyən matris, əks halda çevrilən matris deyilir. [4, səh. 73].

Bununla bərabər sətirləri (sütunları) xətti asılı olmayan matris qeyri-məxsusi, xətti asılı olan halda məxsusi matris adlanır. [2, səh. 242].

7-ci teoremdə göstərilən hökmlərdən hər hansı birinin doğru olması üçün qalan hökmlərdən ixtiyari birinin doğru olması zəruri və kafidir. Burada müxtəlif əlamətlər alınır. Onlardan bəzilərini qeyd etmək olar.

Nəticə 3.  $A$  matrisi onda və ancaq onda tərsinə çevrilən olur ki, o çevrilməyən matris olsun.

Nəticə 4.  $A$  matrisi onda və ancaq onda çevrilməyən olur ki, onun determinantı sıfırdan fərqli olsun və s.

Cəbr kursunun “xətti cəbr” bölməsində kifayət qədər riyazi əlamətlər mövcuddur. Bir çox riyazi təklifləri, o cümlədən bir sıra xassələri kafi əlamət şəkildə ifadə etmək olar. Məsələn, vektorlar sisteminin xətti asılılığının 1-ci və 2-ci xassələrini [1, səh. 115] aşağıdakı kafi əlamətlər şəkildə ifadə etmək olar.

1. Əgər vektorlar sisteminə sıfır vektor mənsubdursa, onda həmin sistem xətti asılıdır.

2. Əgər vektorlar sistemini hər hansı bir alt sistemi xətti asılıdırsa, onda verilmiş vektorlar sistemi də xətti asılıdır.

Bir sıra hallarda anlayış haqda zəruri və kafi əlamət anlayışın tərifinə ekvivalent olduğundan, əlamət anlayışın tərfi kimi qəbul edilir.

Bundan əlavə riyazi əlamətlərin araşdırılması müxtəlif terminlərlə ifadə edilmiş anlayışların ekvivalentliyinin müəyyən edilməsinə imkan verir. Məsələn,

Məxsusi matris, çevrilən matris, determinantı sıfır olan matris, tərsinə çevrilənməyən matris, sətirləri (sütunları) xətti asılı matris, rəqəbi tərtibinə bərabər olan matris, tərsinə çevrilənməyən matris anlayışları identikdirlər .

Təcrübədə və apardığımız müşahidələrdə müəyyən edilmişdir ki, riyazi əlamətlərin müəyyən edilməsi, bir sıra xassə, tərif və riyazi təkliflərin riyazi əlamətlər şəkildə və tərsinə idarə edilməsi tələbələrin riyazi təfəkkürünün formalaşdırılmasına, cəbri məsələlərin həllində praktiki vərdişlərin yaradılması və inkişaf etdirilməsinə güclü təsir göstərir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Baxşəliyev Y.R, Əbdülkərimli L.Ş. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. Bakı: Nurlar, 2008, 560 s.
2. Əkbərov M.S. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. Bakı: "Nurlar" NPM, 2005. 896 s.
3. Qəhrəmanova N., Kərimov M., Hüseynov İ. Riyaziyyat 8. Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün dərslik. Bakı: Radius, 2015. 224 s
4. Винберг Э.Б. Курс алгебры. Новое издание, перераб.и доп. Москва: МЦНМО, 2011.592 с.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел: Учеб. Пособие для педагогических институтов. Москва: Высш.школа, 1979.559 с.

**SAHİB ƏLİYEV**  
*sahib1964elm@gmail.com*  
**ELŞAD AĞAYEV**  
*elsad.agayev.56@mail.ru*  
**NURAY RZAYEVA**  
*nuray1993.rn@gmail.com*  
*Naxçıvan Müəllimlər İnstitutu*

## II NÖV ÇEBİŞEV ÇOXHƏDLİLƏRİNİN TƏTBİQİ İLƏ BƏZİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ

Riyazi analizin əsas anlayışlarından biri olan klassik ortoqonal çoxhədlilər – Lejandr , Çebişev çoxhədliləri, Çebişev –Laqer, Çebişev-Ermit , Yakobi çoxhədliləri daha geniş tətbiq olunur. [1]

Məlumdur ki , I növ Çebişev çoxhədliləri sisteminin qurulması məsələsinə baxılmışdır. [4]

Törəmənin tətbiqi ilə I növ Çebişev çoxhədlisindən II növ Çebişev çoxhədlisinə araşdırılmışdır. [3]

Məqalədə II növ Çebişev çoxhədlilərindən bəzi məsələ həllərində istifadə ediləcək.

Məlumdur ki,  $U_n(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \sin[(n+1)\arccos x]$   $n = 0,1,2,3, \dots$  (1)

II növ Çebişev çoxhədlisidir. Əvvəlcə (1) çoxhədlisini

$h(x) = \sqrt{1-x^2}$   $x \in [-1,1]$  çəki funksiyasına nəzərən  $[-1,1]$  parçasında ortoqonal olduğunu isbat edək. Yəni

$$\begin{cases} \int_{-1}^1 h(x)U_n(x)U_m(x)\sqrt{1-x^2}dx = 0 \\ \int_{-1}^1 h(x)U_m^2(x)\sqrt{1-x^2}dx = 0 \end{cases} \quad (2)$$

göstərək.

$$\int_{-1}^1 h(x)U_n(x)U_m(x)\sqrt{1-x^2}dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \sin[(n+1)\arccos x] \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \sin[(m+1)\arccos x] \cdot \sqrt{1-x^2}dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \sin[(n+1)\arccos x] \cdot \sin[(m+1)\arccos x]dx .$$

$x = \cos\theta$  əvəz edək. Onda  $dx = -\sin\theta d\theta$   $x=-1, \cos\theta = -1, \theta = \pi$  ;  
 $x=1, \cos\theta = 1, \theta = 0$  .

$$\int_{\pi}^0 \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}} \cdot \sin[(n+1)\arccos(\cos\theta)] \cdot \sin[(m+1)\arccos(\cos\theta)] \cdot (-\sin\theta)dt$$

$n \neq m$  olduqda,  $\int_0^\pi \sin(n+1)\theta \sin(m+1)\theta d\theta = 0$

$n = m$  olduqda,

$$\int_0^\pi \sin^2(n+1)\theta d\theta = \int_0^\pi \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2(n+1)\theta d\theta = \left[ \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2(n+1)\theta \right] \Big|_0^\pi = \frac{\pi}{2} .$$

Bu isə ortoqonal olduğunu isbat etdik.

Qeyd edək ki, istənilən II növ ortoqonal Çebişev çoxhədlisini həmişə ortonormal sistemə gətirmək olar.

$$\bar{U}_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} U_n(x)$$

$$\bar{U}_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin[(n+1)\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Əvvəlcə II növ Çebişev çoxhədlisini aşkar şəkildə yazaq.

$$U_n(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \sin[(n+1)\arccos x] \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$n = 0 \quad U_0(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \sin(\arccos x) = 1$$

$$n = 1 \quad U_1(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \sin(2\arccos x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot 2\sin(\arccos x) \cdot \cos(\arccos x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot 2x\sqrt{1-x^2} = 2x, \quad U_1(x) = 2x$$

Aydındır ki,  $n=2,3,\dots$  olduqda çoxhədlini tapmaq çətinləşir. Bunu üçün digər metodlardan istifadə edək. Aşağıdakı məlum bərabərsizliyə görə

$$\sin(n+2)\theta + \sin n\theta = 2\sin(n+1)\theta \cos\theta$$

$\theta = \arccos x$  əvəz edək və hər tərəfini  $\sqrt{1-x^2}$  -a bölək. Onda

$$\begin{aligned} U_{n+1}(x) + U_n(x) &= \frac{\sin[(n+2)\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sin(n\arccos x)}{\sqrt{1-x^2}} = \\ &= \frac{2\sin[(n+1)\arccos x] \cdot \cos(\arccos x)}{\sqrt{1-x^2}} = 2x \frac{\sin[(n+1)\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}} = 2xU_n(x) \end{aligned}$$

Nəticədə  $U_{n+1}(x) + U_{n-1}(x) = 2xU_n(x)$

$$U_{n+1}(x) = 2xU_n(x) - U_{n-1}(x)$$

Bu rekurent düstur olur. Onda  $n=2$

$$U_2(x) = 2xU_1(x) - U_0(x)$$

$$U_2(x) = 4x^2 - 1$$

$$U_3(x) = 2xU_2(x) - U_1(x)$$

$$U_3(x) = 2x(4x^2 - 1) - 2x = 8x^3 - 4x \dots$$

Deməli, II növ ortoqonal Çebişev çoxhədlisi aşağıdakı kimi olar.

$$U_0(x) = 1, U_1(x) = 2x, U_2(x) = 4x^2 - 1, U_3(x) = 8x^3 - 4x, \dots$$

Aydındır ki, bu yüksək dərəcəli  $2^n$  şəklində olan II növ Çebişev çoxhədlisidir.

II növ ortoqonal Çebişev çoxhədlilərinin tətbiqi ilə bəzi məsələlərə baxaq.

1)  $U_4(x) = \frac{1}{4}$  tənliyi həll edin:  $\frac{\sin[5\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{4}$

Bu tənliyin həlli əlverişli olmur. Buna görə də rekurent düsturundan istifadə edək.

Rekurent düsturuna görə

$$U_4(x) = 2xU_3(x) - U_2(x) = 2x(8x^3 - 4x) - 4x^2 + 1 = 16x^4 - 12x^2 + 1$$

$$16x^4 - 12x^2 + 1 = \frac{1}{4} \quad x^2 = t$$

$$16t^2 - 12t + \frac{3}{4} = 0$$

Onda köklər

$$x_1 = \sqrt{\frac{3-\sqrt{6}}{8}} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{3-\sqrt{6}}{8}}$$

$$x_3 = \sqrt{\frac{3+\sqrt{6}}{8}} \quad x_4 = -\sqrt{\frac{3+\sqrt{6}}{8}}$$

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} U_4(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin[5\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}}$  limitini ənənəvi formada hesablayaq.

Bunun üçün Lopital qaydalarından istifadə edək.  $\left(\frac{0}{0}\right)$  qeyri – müəyyənlik).

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(5 \arccos x) \cdot 5 \cdot \left(-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)}{-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5 \cos(5 \arccos x)}{x} = 5 .$$

II növ Çebişev çoxhədlisində istifadə etməklə  $\lim_{x \rightarrow 1} U_4(x)$  limitini daha asan hesablamaq olar.

Doğurdanda uyğun rekurent düsturundan istifadə etsək və  $n = 4$  götürsək , onda

$$\lim_{x \rightarrow 1} U_4(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (16x^4 - 12x^2 + 1) = 5$$

2)  $\int_0^1 U_4(x) dx = \int_0^1 \frac{\sin(5 \arccos x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$  inteqralını ənənəvi formada hesablayaq. Bunun üçün dəyişənin əvəz edilməsi düsturundan istifadə edək.

$$\begin{aligned} t &= \arccos x & \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx &= -dt \\ x = 0 & \quad t = \frac{\pi}{2}; & x = 1 & \quad t = 0. \end{aligned}$$

Onda

$$- \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin 5t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 5t dt = -\frac{1}{5} \cos 5t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{5} \cos \frac{5\pi}{2} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cos \frac{\pi}{2} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

II növ ortoqonal Çebişev çoxhədlisi üçün uyğun rekurent düsturundan istifadə etsək onda

$$\begin{aligned} \int_0^1 U_4(x) dx &= \int_0^1 [2xU_3(x) - U_2(x)] dx = \int_0^1 [2x(8x^3 - 4x) - 4x^2 + 1] dx = \\ &= \int_0^1 [16x^4 - 12x^2 + 1] dx = \left[ 16 \frac{x^5}{5} - 12 \frac{x^3}{3} + x \right]_0^1 = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Yekun nəticədə göstərdik ki, bəzi məsələlərin həlli yeni formada daha əlverişli olur.

### ƏDƏBİYYAT

1. Суетин П.К., «Классические ортогональные многочлены» М., 1979
2. Сегё Г., Ортогональные многочлены, Физматгиз, 1962.
3. С.Алиев, Е.Агаев "Условие существования и единственности системы ортонормированных полиномов относительно функции гравитации". Научные труды, Нахчыван, НГУ-2017 №
4. Sahib A. Aliyev Nakhchivan Teacher-Training Institute, AZERBAIJAN Constructing a System of First Kind Chebyshev Polynomials Operators in General Morrey-Type Spaces and Applications (OMTSA 2019), Kutahya Dumlupinar University, Kutahya, TURKEY, 16-20 July, 2019.

**ORXAN CƏFƏROV**  
*orxan-1970@mail.ru*  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **ORTA MƏKTƏBDƏ STEREOMETRİYAYA GİRİŞƏ DAİR**

Orta məktəbdə stereometriyadan ilk məlumatların öyrədilməsi şagirdlərin müşahidəsinə və intuisiyasına əsaslanır. Bu zaman aşağı siniflərdə həndəsi biliklərə istinad edilir. Həndəsinin planimetriya kursunda qarşıya qoyulan məqsəd və vəzifələr stereometriyaya da aiddir: həndəsi faktların öyrədilməsi, məntiqi təfəkkürün və fəza təsəvvürünün inkişaf etdirilməsi, öyrədilmiş nəzəri biliyin müxtəlif məsələlərin həllinə tətbiq edilməsi və s.

Stereometriyadan ilk məlumatları öyrədkən, müəllim nəzərə almalıdır ki:

- 1) Stereometriyanın tədrisi planimetriya kursunun tam mənimsənilməsinə əsaslanır;
- 2) Hər addımda planimetriya kursunda öyrədilən biliklərinin tətbiqi lazım olduğundan, hər bir dərstdə təkrarın əlaqəli şəkildə aparılması zəruridir;
- 3) Stereometriyadakı məsələlərin həlli planimetriya məsələlərin həllinə gətirilir;
- 4) Planimetriyada hər hansı riyazi təklifdən nəticə çıxararkən, şagirdlər əksər hallarda intuisiyaya əsaslanırlar, məntiqi mühakimə isə bundan sonra qüvvəyə minir; stereometriyada isə məntiqi mühakimə üstün yer tutur.

Stereometriyanın başlanğıcında öyrədilən ilk iki mövzunun məzmununu aşağıdakı kimi müəyyən etmək olar:

1. Düz xətlərin və müstəvilərin əsas xassələri. Düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti. Müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti.
2. Düz xətlərin və müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti. Müstəviyə perpendikulyar. Ortoqonal proyeksiyalama.

İndi hər mövzunun qısa metodik şərhini verək.

**I mövzu:** Müəllim dərslərin əvvəlində qeyd edir ki, planimetriyada isbat etdiyimiz teoremlərin, həll etdiyimiz məsələlərin aid olduğu fiqurlar bir müstəvi üzərində yerləşirdi. Bu, o deməkdir ki, nəzərdən keçirdiyimiz həndəsi fiqurun bütün nöqtələri bir müstəviyə məxsus idi.

Stereometriyada isə planimetriyada öyrənilən fiqurlarla yanaşı bütün nöqtələri bir müstəvi üzərində yerləşməyən fiqurlar, yəni fəza fiqurları və onların xassələri öyrənilir.

Bundan sonra, düz xətlərin və müstəvilərin şagirdlərə məlum olan aşağıdakı iki xassəsi təkrar edilir:

1. İxtiyari iki nöqtədən bir və yalnız bir düz xətt keçir. Bu xassədən aşağıdakı nəticə çıxarılır: Hər bir düz xətt üzərində ən azı iki nöqtə vardır. İki nöqtə bir düz xətti müəyyən edir.

2. Müstəvinin iki müxtəlif nöqtəsindən keçən düz xətt həmin müstəvinin üzərində yerləşir.

Müəllim qeyd edir ki, stereometriyada düz xətlərin və müstəvilərin xassələrini ifadə edən daha iki aksiom var. İndi onları nəzərdən keçirərkən, şagirdlərə xatırlatmaq lazımdır ki, hər hansı müstəvi səthin və ya cisimin fazada tam dayanıqlı olması üçün bir düz xətt üzərində olmayan ən azı üç dayaq nöqtəsinin olması kifayətdir.

Aparılan müşahidə və sual-cavab əsasında növbəti aksiom ifadə edilir.

3. Bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtədən bir və yalnız bir müstəvi keçir.

Sinfə gətirilmiş kub modeli və habelə sinif otağının divarlarının qarşılıqlı vəziyyəti müşahidə edilir. Burada aşağıdakı kimi çalışmalar vermək olar.

- 1) Kubun eyni bir tili üzərində bir nöqtə, iki və s. nöqtə qeyd edin; həmin nöqtələr hansı müstəvilərə məxsusdur?

- 2) Kubun bir tili üzərində neçə ortaq nöqtə götürmək olar? Həmin nöqtələr neçə çoxluq əmələ gətirirlər?

- 3) Kubun bir tili boyunca kəsişən iki müstəvinin neçə ortaq nöqtəsi var?

4) Qabarıq çoxbucaqlının a) bir təpəsi, b) iki təpəsi, c) üç təpəsi müstəvi üzərindədirsə, həmin çoxbucaqlının tamamilə müstəvi üzərində olduğunu hansı hal üçün söyləmək olar?

Bu kimi çalışmalardan sonra dördüncü aksiom ifadə edilir:

4. İki müxtəlif müstəvinin bir ortaq nöqtəsi varsa, onlar həmin nöqtədən keçən düz xəttə malikdir.

Bu aksiomu belə də söyləmək olar: İki müxtəlif müstəvinin bir ortaq nöqtəsi varsa, onlar həmin nöqtədən keçən düz xətt boyuca kəsişirlər.

Söylədiyimiz bu dörd aksiom əsasında düz xətlərin və müstəvilərin çoxlu xassələrini isbat etmək olar.

Burada “düz xətt və onun xaricindəki nöqtədən bir və yalnız bir müstəvi keçir” teoremi isbat edilir. Bundan sonra “iki kəsişən düz xətdən bir və yalnız bir müstəvi keçir” təklifinin isbatını şagirdlərə tapşırmaq olar.

Dərsdə düz xətlərin və müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətləri müşahidə edilir. Düz xətlərin fəzada qarşılıqlı vəziyyətlərini onların müstəvi üzərindəki qarşılıqlı vəziyyətləri ilə müqayisəli şəkildə öyrətmək lazımdır.

Əvvəlcə müstəvi üzərində iki düz xəttin qarşılıqlı vəziyyətləri xatırlatdırılır: müstəvi üzərində:

a) iki düz xətt kəsişə bilər; b) paralel ola bilər və ya üst-üstə düşər. Sonra kub modeli üzərində konkret-intuitiv şəkildə iki düz xətti fəzada qarşılıqlı vəziyyətləri öyrədilir.

1) Fəzada iki düz xətt bir müstəvi üzərindədirsə, onlar a) kəsişə bilər; b) paralel ola bilər və ya üst-üstə düşə bilər.

2) Fəzada iki düz xətt bir müstəvi üzərində yerləşməyə bilər.

Onda aşağıdakı tərifləri vermək olar:

**Tərif.** Kəsişməyən və paralel olmayan iki düz xəttə çarpaz düz xətlər deyilir.

Burada belə çalışmalar verilə bilər.

a) Fəzada çarpaz düz xətlər paralel düz xətlərdən nə ilə fərqlənir?

b) Kub modeli üzərində, sinif otağında paralel düz xətləri və çarpaz düz xətləri göstərin.

Bundan sonraiki müxtəlif müstəvinin fəzada qarşılıqlı vəziyyətləri nəzərdən keçirilir:

1) İki müstəvinin ortaq nöqtələri yoxdur. 2) İki müxtəlif müstəvinin ortaq nöqtəsi var. Onda 4-cü aksioma əsasən onların ortaq düz xətti də var. Bu halda onlara kəsişən müstəvilər deyilir. 3) İki müstəvinin bir düz xətt üzərində olmayan üç ortaq nöqtəsi varsa, onda 3-cü aksioma əsasən həmin müstəvilər üst-üstə düşür. 1-ci və 3-cü hallarda müstəvilərə paralel müstəvilər deyilir.

**Tərif.** Ortaq nöqtələri olmayan və ya üst-üstə düşən müstəvilərə paralel müstəvilər deyilir.

**II mövzu:** Bu mövzuda düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyəti, ortoqonal proyeksiyalama öyrədilir. Bilavasitə müşahidə yolu ilə və əvvəlki mövzuda öyrənilmiş biliklər əsasında şagirdlər müəyyən edirlər ki, düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyəti aşağıdakı kimi ola bilər:

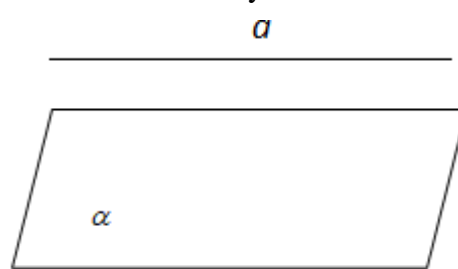
1) düz xəttin müstəvi ilə heç bir ortaq nöqtəsi yoxdur (şəkil 1).

2) düz xəttin müstəvi ilə iki ortaq nöqtəsi vardır.

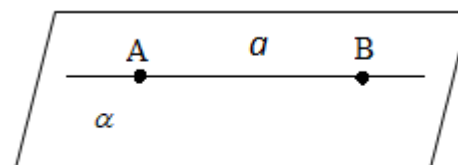
İkinci aksioma əsasən həmin düz xətt müstəvi üzərindədir (şəkil 2).

Hər iki hal verilmiş düz xəttin verilmiş müstəviyə paralellik şərtini ifadə edir.

**Tərif.** Düz xəttin müstəvi ilə ortaq nöqtələri yoxdursa və ya bu müstəvinin üzərindədirsə, onda düz xətt müstəviyə paraleldir. Burada iki düz xəttin paralellik tərifini də xatırlatmaq lazımdır.



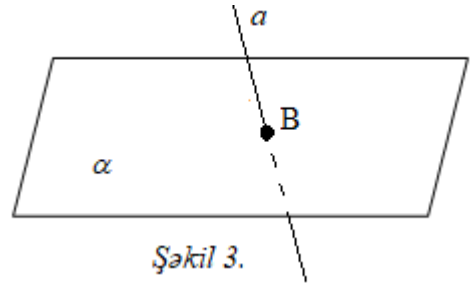
Şəkil 1.



Şəkil 2.

3) Düz xəttin müstəvi ilə yalnız bir ortaq nöqtəsi vardır. Onda həmin düz xətt müstəvini kəsən düz xətt adlanır (şəkil 3).

Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlığı əyani surətdə - model əsasında öyrədilir. Belə induktiv yanaşmadan sonra düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlıq əlaməti-teoremi isbatsız verilir. Dərslərdə bu teoremlə bir sırada daha iki teorem: “ixtiyari nöqtədən verilən müstəviyə bir perpendikulyar keçirmək olar” qurma



Şəkil 3.

məsələsi və bir müstəviyə çəkilmiş iki perpendikulyar düz xətt haqqında teorem verilir. Lakin təlim prosesində 1-ci teoremin doğruluğunu çalışmalar üzərində göstərdikdən sonra qalan iki teoremi nəzərdən keçirmək lazımdır. Daha sonra ortoqonal proyeksiya haqqında məlumat verilir.

Nəzərdən keçirdiyimiz mövzulara aid çalışmaları xarakterinə görə üç növə ayırmaq olar:

- 1) bilavasitə praktik xarakterli çalışmaları;
- 2) nəzəri-hesablama xarakterli çalışmaları;
- 3) isbata aid teorem-məsələlər.

Bu çalışmaları mövzunun izahı prosesində, şagirdlərin müstəqil işlərində və ev tapşırıqlarında düzgün nisbətdə paylanmalıdır. İsbat məsələləri əsasən ev tapşırıqlarında üstünlük təşkil etməlidir. Məsələlərin həllində modelləşdirmədən də istifadə olunmalıdır.

Qeyd edək ki, müstəvilərin paralellik əlaməti, eyni bir düz xəttə perpendikulyar olan müstəvilər və s. haqqında məlum teoremlər dərslərdə çalışmaları şəklində verilmişdir. Bu təlim prosesində mövzunun sonunda verilmiş çalışmaları üzərində ciddi işləmək lazım olduğunu göstərir. Həmin çalışmaları keçilmiş materialı təkcə möhkəmləndirmək məqsədinə deyil, həm də onu tamamlamaq məqsədinə xidmət etməlidir.

**CAVANŞİR QULİYEV**  
*quliyevcavansircs@gmail.com*  
**UMİD RZAYEV**  
*umud-rzayev95@mail.ru*

**TAM ŞƏKİLLİ QILBERQ-SERRİN TƏNLIYI ÜÇÜN MODİFİKASIYA OLUNMUŞ  
 DRİXLE MƏSƏLƏSİNİN KLASSİK HƏLLİNİN VARLIĞI**

Tutaq ki,  $D \subset E_n$  -n ölçülü Evkilid fəzasında oblasatıdır.  $n \geq 3$ ,  $0 \in S$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Həmçinin burada  $D$  hamar və ya hissə-hissə hamar  $\partial D$  sərhəddinə malik, rabitəli oblastdır. Bu oblastda tam şəkilli Qilberq-Serrin tənliyi üçün Drixle məsələsi aşağıdakı kimi qoyulur:

$$Lu = f, \quad x \in D \quad U|_{\partial D} = \varphi$$

(1)

Burada 
$$L = \Delta + \mu(r) \sum_{i,j=1}^n \frac{x_i x_j}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^n a_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} + b(x) \cdot U(x)$$

tam şəkilli Qilberq-Serrin operatorudur və bura daxil olan funksiyalar:

$$f(x) \in C^\alpha(D), \quad 0 < \alpha < 1, \quad \varphi(x) \in C(\partial D), \\ a_i(x) \in C^2(D) \quad (i=1,4) \quad b(x) \in C(D)$$

fəzalarında verilir.

Bu məsələnin çəkili Sobolev fəzalarında müxtəlif həlləri (həftə Viner mənadında ümumiləşmiş həlli) tərəfimizdən verilmişdir. İndi isə klassik həllə baxmaq lazım gəlir. Bu məqsədlə məsələnin qoyuluşunu bir qədər dəyişdirilməsi, başqa sözlə modifikasiya olunması zərurəti yaranır:

Tutaq ki,  $D' = D \setminus \{0\}$ ,  $a \in R$  hər hansı qeyd olunmuş həqiqi ədəddir. İndi məsələni aşağıdakı kimi qoyaq:

$$Lu = f, \quad x \in D' \quad U|_{\partial D} = \varphi, \quad U(0) = a \tag{2}$$

Qoyulan məsələnin klassik həlloluna bilənliyini isbat edək.

Tutaq ki, hər bir  $x^o \in \partial D$  üçün

$$\int_0^{\text{diam} D} \frac{\beta(t)}{t_{n-2}} \cdot \frac{dt}{t} = \infty \tag{3}$$

şərti ödənilməklə,

$$\mu(r) \in C^\alpha(D) \quad d_1 \leq \mu(r) \leq d_2, \quad d_1 > n-2, \quad d < \infty \tag{4}$$

şərtləri verilir.

Teorem: modifikasiya olunmuş (2) sərhəd məsələsinin (3) və (4) şərtləri daxilində həlli var və həll yeganədir. Həmçinin bu həlli:  $U(x) \in C^2(D') \cap C(\bar{D}')$ ;  $\exists a \in R$ , var ki,

$$|U(x) - a| \leq C_1 |x|^\delta, \quad x \in D' \tag{5}$$

şərtini ödəyir.

İsbatı: Ümumiliyi pozmadan hesab edək ki,  $\bar{Q}^o CD$ .  $u(x)$  isə bu oblastda modifikasiya olunmuş birinci sərhəd məsələnin həlli,  $U_\varphi(1)$  isə Viner mənadında ümumiləşmiş həllidir. Məlumdur ki, bu həll həm də  $Lu = f$  tənliyinin  $D'$ -da klassik həlli adlanır.  $U(x)$  funksiyası  $D$  oblastının bütün sərhəd nöqtələrində,  $\forall x_o \in \partial D$ -də Viner şərtlərini ödəyir və kəsilməz funksiyadır. İndi isə (5) münasibətinin doğru olduğunu göstərək:



Fərz edək ki, (5) münasibəti doğrudur. Onda  $U_\varphi(x)$  Viner funksiyası üçün  $\forall x_0 \in Q_1^o \setminus \{0\}$  və  $x \in D'$  olduqda

$$|U_\varphi(x) - a| \leq \bar{C}_2 |x|^\delta$$

doğru olduğunu göstərək. Burada  $\bar{C}_1 = \max\{C_1, C_1 + (a)\}$  kimi qiymətləndirilir.

Tutaq ki,  $Lg = 0$  bircins tənliyi  $Q^o \setminus \{0\}$  oblastında  $g(|x|)$  simmetrik həllinə malikdir. Onda  $i, j = \overline{1, n}$  üçün yaza bilərik:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} = g''(r) \frac{x_i x_j}{r^2} + g'(r) \left( \frac{\delta_{ij}}{r} - \frac{x_i x_j}{r^3} \right)$$

( $\delta_{ij}$  - kronekar simvolludur).

Buradan  $Lg = g''(r)(H\mu(r)) + \frac{n-1}{r} g'(r) = 0$  alınır.  $r \in (0,1)$  üçün

$$g''(r)(1 + \mu(r)) + \frac{n-1}{r} g'(r) = 0 \text{ adi}$$

diferensial tənliyi

$$g(r) = \int_0^r \exp \left[ (n-1) \int_t^1 \frac{d\tau}{\tau(1+\mu(r))} \right] dt$$

həllinə malik olur.

Digər tərəfdən (4) şərtinə əsasən

$$\mu(r) \geq d_1 = n - 2 + \delta_1 \quad (\delta_1 > 0) \text{ olur.}$$

Buradan da  $\int_t^1 \frac{d\tau}{\tau(1+\mu(r))} \leq \frac{1}{n-1+\delta_1} \ln \frac{1}{t}$  şərtini nəzərə alsaq, ( $1 \times 1 = r$ )

$$g(1 \times 1) \leq \int_0^{|x|} \exp \left[ \frac{n-1}{n-1+\delta_1} \ln \frac{1}{t} \right] dt = C_2 |x|^{\frac{\delta_1}{n-1+\delta_1}}$$

$$C_2 = \frac{n-1+\delta_1}{\delta_1}, \quad \delta = \frac{\delta_1}{n-1+\delta_1} \text{ kimi işarə edək; } (\delta \in (0,1))$$

Beləliklə, göstərdik ki,

$$0 < g(|x|) \leq C_2 |x|^\delta, \quad x \in Q_1^o \setminus \{0\} \text{ olur.} \quad (6)$$

$Q_1^o \setminus \{0\}$  oblastında təyin olunmuş  $W_1(x) = U_\varphi(x) + A_1 |x|^2$  funksiyasına baxaq. Burada  $C_3 \mu$  və  $n$ -dən asili sabitdir. Asanlıqla göstərmək olar ki, bu funksiya da  $Q_1^o \setminus \{0\}$  oblastında L-subelleptikdir.

Eyni zamanda  $|U_\varphi(x)| \leq C_3$  olduqda  $P(0)=0$  olur.

$$\frac{P}{\partial Q_0^1} \leq \text{Sup}_{D^1} |U_\varphi| + A_1 + |a| - C_3 g(1) \leq C_2 + A_1 + |a| - C_3 g(1) \quad (7)$$

Digər tərəfdən  $g(1) = C_4 > 0$  kimə işarə etsək: ( $C_4$ -də  $\mu$  və  $n$ -dən asılıdır). (7)-ni aşağıdakı kimi yaza bilərik.

$$\frac{P}{\partial D_0^1} \leq C_2 + A_1 + |a| - C_3 C_4 \quad (8)$$

$P(x)$  funksiyası limit funksiyası. Buna görə də (8)-in sol tərəfi 0 götürək

$$C_3 = \frac{C_2 + A_1 + |a|}{C_4},$$

Maksimum qiymət prinsipinə əsasən  $\forall x_0 \in Q_1^0 \setminus \{0\}$  üçün  $P(x) \leq 0$  olur.

$$U_\varphi(x) - a \leq W_1(x) - a \leq C_3 g(|x|)$$

(6) münasibətini axırıncı bərabərsizliyə tətbiq etsək

$$U_\varphi(x) - a \leq C_2 C_3(|x|), \quad x \in Q_1^0 \setminus \{0\}$$

$C_2 C_3 = C_0$  kimi işarə etsək. son münasibətdən

$$U_\varphi(x) - a \leq C_0 |x|^\sigma, \quad x \in Q_1^0$$

Axırıncı bərabərsizlik məhz (5) şərtinin doğru olduğunu göstərir. Bununla da teorem isbat olundu.

### ƏDƏBİYYAT

1. Алхутов Ю.А. Классе эллиптических уравнений впероским условием регулярности граничных точек /ИЗВ.ФНССРЮСЕР.ФЕМН.1987 г. С.22-29.
2. Cilbarg D., Truding N.S. Elliptic partial differeential equations of second order//N.Y. "Spring Verlag" 1977,399 p.
3. Tolenti G.Sopra una classe di equarioni elliptice a coefficienti misurabbeili// Ann.Mat.Pura.Appl.1965. v.65.p.285-304.
4. Quliyev C.X. Classical solvabilty of the first boundry value problem Gilbarg-Serrin equation// Trans. of Acad.Sci. Azerb.2000. V. XX, №1. P.137-147.

**AYNURƏ FƏRHADOVA**  
aynura-farhadova@unec.edu.az  
ADİU Zaqatala filiali

### MARKOV TƏSADÜFİ DOLAŞMALARI ÜÇÜN LİMİT TEOREMİ

Tutaq ki,  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  ehtimal fəzasında asılı olmayan və eyni paylanmaya malik  $\xi_n, n \geq 1$  təsadüfi kəmiyyətlər ardıcılığı verilmişdir. Bu təsadüfi kəmiyyətlər ardıcılığının doğurduğu bir tərtibli avtoregressiv proses

$$X_n = \beta X_{n-1} + \xi_n, n \geq 1 \quad (1.1.1)$$

rekurrent münasibətlə təyin olunur, (see e.g., Pollard 1984; Melfi 1992; Novikov 2008; Zhang and Yang 2010; Saadatmand, Nematollahi, and Sadooghi-Alvandi 2017) burada  $\beta \in R$  qeyd olunmuş ədədlər və prosesin başlanğıc qiyməti  $X_0$  fərz olunur ki,  $\{\xi_n\}$  innovasiyasından asılı deyil. Bu fərziyyə daxilində aydındır ki, istənilən  $n \geq 1$  üçün  $X_{n-1}$  və  $\xi_n$  təsadüfi kəmiyyətləri asılı deyillər.

Avtoregression peorselərlə bağlı riyazi statistikanın naməlum parametrlərinin qiymətləndirilməsi məsələsində  $\beta$  parametrlərinin həqiqi qiyməti məlum olmur və onun statistik qiyməti müxtəlif metodlarla tapılır (Pollard 1984; Shiryaev 1996).

$\beta$  parametrlərinin statistik qiyməti olaraq

$$\beta_n = \frac{\sum_{k=1}^n X_k X_{k-1}}{\sum_{k=1}^n X_{k-1}^2}, \quad (1.1.2)$$

götürmək olar, burada  $X_0, \dots, X_n$  aparılan  $n$  sayda müşahidənin nəticəsidir və  $X_k$  təsadüfi kəmiyyəti prosesin  $k$  – cı andakı qiymətini (vəziyyətini) ifadə edir.

Aşağıdakı işarələri qəbul edək:

$$S_n = \sum_{k=1}^n X_{k-1}^r, \quad T_n = \sum_{k=1}^n X_k X_{k-1},$$

və

$$D_n = \frac{T_n^2}{S_n}, \quad n \geq 1 \quad (1.1.3)$$

Asanlıqla yoxlamaq olar ki,  $S_n, T_n$  və  $D_n, n \geq 1$  təsadüfi kəmiyyətlər ardıcılığı Markov təsadüfi dolaşma təşkil edirlər. Bu Markov təsadüfi dolaşmaların köməyi ilə qeyri-xətti Markov bərpa nəzəriyyəsinin və ardıcıl statistik analizin bir çox nəzəri və tətbiqi məsələləri həll edilir. Belə ki,  $\beta$  parametri haqqında irəli sürülən statistik fərziyyələrin yoxlanması üçün müxtəlif ardıcıl statistik testlər qurulur.

Qeyd edək ki, klassik bərpa nəzəriyyəsinə bərpa prosesi məlum olduğu kimi asılı olmayan və eyni paylanmaya malik təsadüfi kəmiyyətlərin cəmləri ilə təsvir olunur. Məlumdur ki, belə cəmlər ardıcılığı üçün klassik limit teoremləri (mərkəzi limit teoremi, lokal limit teoremi, böyük ədədlər qanunu, təkrar loqarifm qanunu və s.) yaxşı öyrənilmişdir. Bu limit teoremləri asılı olmayan və eyni paylanmaya malik təsadüfi kəmiyyətlərin cəmi ilə təsvir olunan təsadüfi dolaşmalar üçün sərhəd məsələlərini öyrənməyə imkan verir. Bu qeyd olunan limit teoremləri ehtimal nəzəriyyəsinin müsair inkişaf mərhələsində Markov təsadüfi dolaşmalar üçün az öyrənilmişdir və demək olar ki, xüsusi hallar üçün istifadə edilmişdir. Məhz bu səbəbdən Markov təsadüfi dolaşmalar üçün sərhəd məsələləri

az tədqiq edilmişdir. Bu istiqamətdə müasir dövrdə intensiv elmi-tədqiqat işləri aparılır. Bu paraqrafda (1.3) verilmiş  $S_n, T_n$  və  $D_n, n \geq 1$  Markov təsadüfi dolaşmalar üçün mərkəzi limit teoremi isbat edilir.

(1.1.2)-ilə verilmiş  $\beta_n, n \geq 1$  statistik qiymət üçün aşağıdakı mərkəzi limit teoremi isbat edilmişdir: Əgər  $0 < |\beta| < 1, E|X_0|^2 < \infty, E\xi_1 = 0, 0 < E\xi_1^2 = \tau^2 < x$  olarsa, onda

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\sqrt{n}(\beta_n - \beta) \leq x) = \phi\left(\frac{x}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) = \phi(x\sqrt{\lambda_1})$$

$x \in R$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy \quad \lambda_2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \quad (1.1.4)$$

(1.1.4) münasibətinin köməyi ilə (1.1.3)-də verilən Markov təsadüfi dolaşmalar üçün mərkəzi limit teoremi isbat etmək olar.

Tutaq ki,  $Ex_0^2 < \infty, 0 < |\beta| < 1, E\xi_1 = 0, E\xi_1^2 = 1$ . Onda istənilən  $x \in R$  üçün

- 1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n}\left(\frac{S_n}{n} - \frac{1}{1 - \beta^2}\right) \leq x\right) = \phi\left(\frac{x}{\alpha_1}\right), \quad \alpha_1 = \frac{1}{|\beta|\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\sqrt{\lambda_1}}{|\beta|}$
- 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n}\left(\frac{D_n}{n} - \frac{\beta^2}{1 - \beta^2}\right) \leq x\right) = \phi\left(\frac{x}{\alpha_2}\right), \quad \alpha_2 = \frac{|\beta|}{\sqrt{1 - \beta^2}}$
- 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n}\left(\frac{T_n}{n} - \frac{\beta}{1 - \beta^2}\right) \leq x\right) = \phi\left(\frac{x}{\alpha_3}\right), \quad \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \sqrt{\lambda_1}$

münasibətləri müntəzəm ödənilir.

**Teorem 1.1.** Fərz edək ki,  $EX_0^2 < \infty, 0 < |\beta| < 1, E\xi_1 = 0, \text{və } D\xi_1 = 1$ . Onda aşağıdakı sanki yığılmalar doğrudur (Melfi 1992)::

- a)  $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{s.y} \frac{1}{1 - \beta^2} = \lambda_1, n \rightarrow \infty;$
- b)  $\frac{T_n}{n} \xrightarrow{s.y} \frac{\beta}{1 - \beta^2} = \lambda_2, n \rightarrow \infty;$
- c)  $\frac{D_n}{n} \xrightarrow{s.y} \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} = \lambda_3, n \rightarrow \infty.$

**İsbatı.** Ümumiliyi pozmadan  $0 = 1$  götürək. Onda

$$X_n^2 = \beta X_{n-1}^2 + 2\beta X_{n-1}\xi_n + \xi_n^2$$

olduğunu və

$$\sum_{i=1}^n X_{k-1}^2 = X_0^2 + X_1^2 + \dots + X_{n-1}^2 = \sum_{k=1}^n X_k^2 + X_0^2 - X_n^2$$

bərabərliyini nəzərə alsaq, alarıq

$$\sum_{i=1}^n X_{k-1}^2 = \beta^2 \sum_{k=1}^n X_{k-1}^2 + 2\beta \sum_{k=1}^n X_{k-1}\xi_k + \sum_{k=1}^n \xi_k^2 + X_0^2 - X_n^2$$

və ya

$$(1 - \beta^2)S_n = 2\beta \sum_{i=1}^n \xi_k X_{k-1} + \sum_{k=1}^n \xi_k^2 + X_0^2 - X_n^2 \quad (1.1.5)$$

$F_n, n \geq 1$  ilə  $X_0, \xi_1, \dots, \xi_n$  təsadüfi kəmiyyətlərin doğurduğu  $\tau$  – cəbri işarə edək.

Asanlıqla, yoxlamaq olar ki,  $\{\xi_n X_{n-1}\}, n \geq 1$  təsadüfi kəmiyyətlər ardıcılığı martinqallar fərqi təşkil edir, çünki şərthə görə  $E\xi_n = 0$  və

$$E(\xi_n X_{n-1} | F_{n-1}) = X_{n-1} E(\xi_n | F_{n-1}) = X_{n-1} E\xi_n = 0$$

olur, burada nəzərə alınmışdır ki,  $X_{n-1}$  təsadüfi kəmiyyəti  $F_{n-1}$  ölçüləndir və  $E|X_n| < \infty, V_{n \geq 1}$ .

Onda  $M_n = \sum_{k=1}^n \xi_k X_{k-1}, n \geq 1$  cəmlər ardıcılığı martinqal təşkil edir.

Nəzərə alsaq ki,  $\xi_n$  və  $X_{n-1}$  təsadüfi kəmiyyətləri asılı deyillər və  $\{X_n^2\}, n \geq 1$  ailəsi müntəzəm inteqrallanan (see, Pollard 1984), onda yaza bilərik

$$C = \sup_n E(\xi_n X_{n-1})^2 = \sup_n E(E X_{n-1}^2 \cdot E\xi_n^2) = \sup_n E X_{n-1}^2 < \infty \text{ çünki } E\xi_n^2 = 1.$$

Onda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{E|\xi_n X_{n-1}|^2}{n^2} \leq C \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} < \infty$$

olur, yəni martinqalın gücləndirilmiş böyük ədədlər qanununa tabe olması haqqında teoremin şərtləri

$M_n = \sum_{k=1}^n \xi_k X_{k-1}, n \geq 1$  martinqalı üçün ödənilir, yəni

$$\frac{M_n}{n} \xrightarrow{s.y} 0, n \rightarrow \infty. \quad (1.1.6)$$

Asılı olmayan və eyni paylanmaya malik təsadüfi kəmiyyətlər ardıcılığı üçün gücləndirilmiş böyük ədədlər qanununa görə

$$\frac{\sum_{k=1}^n \xi_k^2}{n} \xrightarrow{s.y} E\xi_1^2 = 1, n \rightarrow \infty \quad (1.1.7)$$

olur.

İndi isə göstərək ki, (1.1.5) bərabərliyində  $X_n^2 - X_0^2$  fərqi ehtimala görə sıfıra yığılır, yəni

$$\frac{X_n^2 - X_0^2}{n} \xrightarrow{P} 0, n \rightarrow \infty \quad (1.1.8)$$

olur. Doğrudanda  $\{X_n^2\}, n \geq 1$  ardıcılığı müntəzəm inteqrallanan olduğu üçün ([1])

$C = \sup_n E X_n^2 < \infty$  olur və Çebişev bərabərsizliyinə görə

$$P(X_n^2 > \varepsilon n) \leq \frac{E X_n^2}{\varepsilon^2 n} \leq \frac{C}{\varepsilon^2 n} \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$$

yəni  $\frac{X_n}{n} \xrightarrow{P} 0, n \rightarrow \infty$  olur.

Asanlıqla başa düşmək olar ki,  $EX_0^2 < \infty$  olduğu üçün  $\frac{X_0}{n} \xrightarrow{s.y} 0$ ,  $n \rightarrow \infty$  olur.

Beləliklə, (1.1.8) yığılması ödənilir. Onda (1.1.6), (1.1.7) və (1.1.8) yığılmalarını (1.5)-də nəzərə alsaq

$$\frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} \frac{1}{1-\beta^2}, \quad n \rightarrow \infty \quad (1.1.9)$$

alırıq.

Nəzərə alsaq ki,  $S_n$ ,  $n \geq 1$  artan ardıcılıdır və  $P(\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty) = 1$  olur, onda Teorem 1.1-in a) hökmü (1.1.9) münasibətindən çıxır. (see, also Woodroffe 1982).

İndi teorem 1.1-in b) hökmünü isbat edək. (1.1.1)-ə görə yazı bilərik

$$T_n = \sum_{k=1}^n X_k X_{k-1} = \beta \sum_{k=1}^n X_{k-1}^2 + \sum_{k=1}^n \xi_n X_{k-1} = \beta S_n + \sum_{k=1}^n \xi_n X_{k-1}$$

Buradan (1.6) və a) hökmünə görə

$$\frac{T_n}{n} = \beta \frac{S_n}{n} + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_n X_{k-1} \xrightarrow{s.y} \frac{\beta}{1-\beta^2}, \quad n \rightarrow \infty.$$

Teorem 1.1-in c) hökmü

$$\frac{D_n}{n} = \frac{\left(\frac{T_n}{n}\right)^2}{\frac{S_n}{n}}$$

bərabərliyinə görə a) və b) hökmlərindən çıxır.

## ЛИТЕРАТУРА

1. İbadova I.A., Khalilov V.S., Farkhadova A.D., Strong law of large numbers for a class of first passage time in the first order autoregression (AR(1)) scheme // Transactions of NAS of Azerbaijan, XXXVII (1), 2017, 121-125.
2. Melfi V.F., Nonlinear Markov renewal theory with statistical applications // The Annals of Probability, 20, no 2 (1992), 753-771.
3. Melfi V.F., Nonlinear renewal theory for Markov random walks // Stochastic Processes and their Applications. 54 (1994), 71-93.
4. Novikov A.A., Some remarks on distribution of the first passage time and optimal stop of AR(1)-sequences // Teoriya veroyatn i ee primen. 53, issue. 3, (2008), 458-471.
5. Novikov A.A., On the first passage time of autoregression process for the level and one application to the disharmony “problem” // Teoriya verort. i ee primen. 35, no 2, (1990) 282-292.
6. Rahimov F.H., Abdurakhmanov V.A., Hashimova T.E., On the asymptotics of the mean value of the moment of first level-crossing by the first order autoregression process (AR(1)) // Transaction of NAS of Azerbaijan, XXXIV, no 4, (2014) 93-96.

**КЁНУЛЬ АЛИЕВА**

*kr\_eliyeva@mail.ru*

*Сумгаитский Государственный Университет*

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОЕКТНОГО ОБУЧЕНИЕ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**

*Учителя спрашивают: “Как я могу  
заставить моих учеников думать критически?”  
Ученики спрашивают: «Почему я должен делать это?»  
Проектное обучение - это ответ на оба вопроса.*

*Введение.* Метод проектного обучения представлен совместной учебнопознавательной деятельностью учащихся, которая имеет общую цель, скоординированные способы деятельности. Обязательным условием проектного метода считается наличие заблаговременно сформированных взглядов о конечном результате проекта, этапов проектирования и осуществления. Применительно к уроку, проект – это специально организованный учителем и самостоятельно выполняемый учащимся комплекс действий, завершающихся созданием творческого продукта. Проект, который выполняют ученики, должен вызвать в них энтузиазм, увлекать их, идти от души. Любое действие, выполненное индивидуально или в группах, дети должны спланировать, самостоятельно выполнить, проанализировать и оценить.

Савойе и Хьюгс описывают процесс проектное обучение таким образом:

1. Определите подходящую для учеников проблему.
2. Соедините проблему с миром учеников.
3. Организуйте работу так, чтобы предмет помогал разрешить проблему. В центре должно быть выполнение проекта, а не изучение предмета.
4. Дайте ученикам возможность самим определить свой учебный опыт и спланировать решение проблемы.
5. Поощрите сотрудничество, создав несколько команд, изучающих проблему.
6. Дайте возможность всем ученикам представить результаты своего исследования с помощью проекта или презентации.

*Актуальность работы.* Проектное обучение фокусируется не на прохождении, а на открытии учебной программы, требуя от учащихся умения самостоятельно задавать вопросы, искать связи и находить решения. Проектное обучение является такой структурой, которая превращает пассивный опыт, полученный из лекций учителя, в активную деятельность учеников.

Использование проектов, как одной из частей обучения, не является новой идеей, но теория Проектного обучения являет собой нечто совсем другое. Проектное обучение не рассматривается, как что-то дополнительное, оно является неотъемлемым компонентом обучения. В то время как учителя все больше обучают группы детей с помощью различных стилей обучения, используя разные подходы и варьируя уровни способностей, проектное обучение предлагает прямой подход к обучению, который может помочь всем ученикам достигнуть успеха. Уходя своими корнями в конструктивизм, проектное обучение обосновывается работами таких психологов и воспитателей, как Лев Выготский, Джером Брунер, Жан Пиаже и Джон Дьюи. Учение конструктивизма основано на активном участии учеников в решении проблем и критическом мышлении, касательно учебной деятельности, которую они находят тесно связанной с реальностью, а также приятной. Основная задача, ставящаяся перед учениками, – контролировать свое обучение и находить свои ответы, используя все изобилие источников.

В своих работах Дьюи особенно подчеркивает, что опыт важнее теории. Он считает, что для того, чтобы научиться думать и рассуждать, необходимо думать и рассуждать, а также решать настоящие проблемы, которые возникают по мере приобретения опыта. Этот процесс позволяет превратить учебные классы в такую среду с помощью модели проектного обучения, в центре которой находятся ученики. Другими словами, ученик обучается, размышляя о проблемах и пытаясь разрешить их. Важность проекта заключается в опыте, полученном от его выполнения, а не в конечном результате.

Одним из актуальных направлений повышения качества подготовки будущих педагогов является обеспечение инновационного характера профессионального образования, реализация компетентностного подхода, взаимосвязи академических знаний и практических умений. Обеспечить связь теоретической подготовки студента педагогического вуза с его будущей профессиональной деятельностью позволяет внедрение в учебный процесс новых современных технологий обучения, среди которых в настоящее время особенно выделяются технологии проектного обучения [1, 2].

Организация проектной деятельности студентов – будущих учителей активно обсуждается исследователями, что обусловлено модернизацией системы высшего образования на основе системно-деятельностного и компетентностного подходов. К настоящему времени достаточно глубоко проработана теория технологии проектного обучения для начального и общего образования, накоплен большой практический опыт ее использования в учебном процессе и внеурочной деятельности. Однако для системы высшего образования и, в частности, для подготовки будущих учителей теоретических и практических разработок использования проектной деятельности еще недостаточно [5]. Существуют разные подходы к классификации проектов по различным основаниям: по доминирующему методу или виду деятельности, по предметно-содержательной области, по количеству участников проекта, по продолжительности проведения и др. Подготовка будущих государственных стандартов в части формирования навыков организации и использования проектной деятельности в учебном процессе и во внеурочной деятельности с учащимися. Однако выпускники педагогических вузов – будущие учителя математики не обладают достаточным уровнем эффективного использования технологии проектного обучения объясняется недостаточностью разработки методики ее использования в процессе методической подготовки студентов. Под учебно-методическим проектом будем понимать разрабатываемый студентами педагогического профиля проект, содержание которого может быть использовано для методического обеспечения или методического сопровождения образовательного процесса в системе общего образования и направлено на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов обучения школьников.

Для подготовки будущего учителя математики большое значение имеет выбор содержания и темы методического проекта. Тематика проектов должна быть разнообразной, важно учитывать интересы студентов, их возможности и опыт в различных сферах деятельности. Целесообразно предлагать такие содержательные задачи для проекта, решая которые студент не только получит новые знания и умения, но и будет активно вовлечен в будущую профессиональную деятельность.

В настоящее время пробивают себе дорогу новые принципы лично – ориентированного образования, развивающего образования и требуют новых методов обучения, в основу которых положена идея о направленности учебно-познавательной деятельности школьников на результат, который получается при решении той или иной практически или теоретически значимой проблемы. Ведущее место среди таких методов принадлежит методу проектов.

У учащихся не достаточно сформированы навыки работы с большим количеством информации, представленной в различных формах; не в полной мере развиты исследовательские умения, способствующие развитию творческих способностей и



логического мышления; детям трудно самостоятельно поставить цель и планировать свою деятельность для достижения этой цели. Проект побуждает учащегося проявить интеллектуальные способности, нравственные и коммуникативные качества, продемонстрировать уровень владения знаниями и общеучебными умениями, способность к самообразованию и самоорганизации.

*Методы и методики исследования:* В проектной деятельности учащихся по математике преобладают активные методы:

1. Формирование убеждения в социальной и личностной значимости учения.
2. Проблемная, эвристическая беседа.
3. Диспут.
4. Познавательные игры и упражнения.
5. Метод поиска необходимой информации.
6. Анализ.
7. Методы активизации творческого мышления.
8. Предъявление требований.

Главные цели введения метода проектов на уроках математики это - показать умения отдельного ученика или группы обучающихся использовать приобретенный на уроках математики в школе исследовательский опыт, реализовать свой интерес к предмету математики, приумножить знания по математике и донести приобретенные знания своим одноклассникам, продемонстрировать уровень обученности по математике; совершенствовать свое умение участвовать в коллективных формах общения, подняться на более высокую ступень обученности, образованности, развития, социальной зрелости.

Тематика проектов может касаться какого-то теоретического вопроса школьной программы, связанного с углублением знаний отдельных учеников по этому вопросу. Однако чаще всего темы проектов относятся к какому-то актуальному вопросу, требующему привлечения знаний учащихся не по одному предмету, а по нескольким. Проекты могут быть разными по типологии в зависимости от количества участников, продолжительности, характера контактов, метода, доминирующего в проекте. Работа с использованием технологии проектного обучения - это относительно высокий уровень педагогической деятельности, предполагающий серьезную подготовку учителя. Требования к учебному проекту особые. Необходимо наличие значимой задачи - исследовательской, информационной, творческой, практической. Поиск значимой проблемы - одна из наиболее трудных организационных задач, которую приходится решать учителю как руководителю проекта вместе с учащимися-проектантами.

Исследовательские проекты имеют структуру, приближенную к подлинным научным исследованиям. Они предполагают аргументацию актуальности темы, определение проблемы, предмета, объекта, целей и задач исследования. Обязательно выдвижение гипотезы исследования и проведение эксперимента. Заканчивается проект обсуждением и оформлением результатов, формулированием выводов и обозначением проблем на дальнейшую перспективу исследования.

Творческий проект предполагает максимально свободный и нетрадиционный подход к оформлению результатов. Это могут быть альманахи, театрализация, видеофильмы.

Информационный проект направлен на сбор информации о каком-либо объекте, явлении с целью ее анализа, обобщения и представления для широкой аудитории. Этот тип проектов призван научить учащихся добывать и анализировать информацию. Такой проект может интегрироваться в более крупный исследовательский проект и стать его частью.

Практико-ориентированный проект нацелен на социальные интересы самих участников или внешнего заказчика. Продукт заранее определен и может быть использован в жизни класса, школы, района, государства. Это может быть учебное пособие, модель.

Ролевой проект наиболее сложен. Участники принимают на себя определенные роли. Ведущий вид деятельности учащихся в таких проектах - ролевая игра.

*Условия для учащихся, при которых возможна успешная реализация проектной деятельности.*

Учитель:

-Предоставляет школьникам возможность выбрать тему проекта, а также индивидуально или совместно с другими планировать работу, реализовывать свой проект;

-Организует распределение тем по группам, ролей и функций в группе.

-Способствует проявлению поисковой активности учащихся в ходе исследовательской деятельности, когда существует лишь приблизительное представление об ожидаемом результате;

-Поддерживает и поощряет использование учащимися различных направлений поиска информации, различных методов исследования;

-Консультирует учащихся на всех этапах работы;

-Организует подведение итогов на промежуточных этапах работы;

-Предоставляет школьникам возможность для самооценки выполненных ими проектов и работы над ними;

-Организует праздничную по форме и серьезную по содержанию презентацию всеми участниками проекта их образовательных продуктов.

*Форма представления результатов.*

Работы представляются учащимися в разной форме, в зависимости от целей и содержания:

- статья (описание хода работы);
- доклад (текст для устного выступления);
- стендовый доклад (оформление наглядного материала, текста и иллюстраций);
- реферат проблемного характера.
- компьютерная презентация;
- видео- и аудиоматериалы.

Выполнение проекта начинается с планирования действий по разрешению проблемы. Наиболее значимой частью плана является пошаговая разработка проекта, в которой указан перечень конкретных операций с указанием сроков и ответственных. Отличительная черта проектной деятельности - поиск информации, которая затем будет обработана, осмыслена и представлена участниками проектной группы. Результатом работы над проектом является продукт, т.е. средство, которое разработали участники проектной группы для разрешения поставленной проблемы. Проект требует на завершающем этапе презентации продукта, т.е. подготовленный продукт должен быть убедительно представлен общественности как наиболее приемлемое средство решения проблемы. Проект должен иметь портфолио, т.е. папку, в которой собраны рабочие материалы проекта. Включаясь в групповую работу над проектом, подростки меньше всего озабочены правильным составом группы, соблюдением основных законов взаимодействия. Ими движет чаще всего или общий интерес, или общая цель, или дружеские симпатии. Задача педагога - помочь ребенку превратить случайно или даже спонтанно возникшую группу единомышленников в эффективно работающую команду. Для этого необходимо, чтобы ученики были знакомы с основными правилами командообразования, умели правильно и продуктивно вести себя при возникновении конфликтов, были готовы разделить ответственность за результат коллективного труда - как при успехе, так и при неудаче. Выполнение работы должно обсуждаться на каждом этапе, так как важно вовремя найти причины неудач и понять природу достижений. Такие беседы позволяют учащимся выступить в роли экспертов. Если ошибки будут выявлены, учителю следует настроить класс конструктивно, чтобы помочь устранить недочеты. Педагогу важно создать в классе атмосферу открытости, доверия, нежелательно, чтобы задавались вопросы на

дискредитацию. Границы способности обучающегося одного и того же возраста освоить те или иные способы деятельности определить заранее достаточно сложно. Школьники постепенно учатся планировать свои действия и двигаться к осуществлению проектного замысла.

В рамках работы учеников над проектом неизбежны ситуации обсуждения спорных вопросов, проверки гипотез. Иными словами, неизбежна дискуссия. Как правило, учащиеся сталкиваются с большими трудностями при обсуждении спорных вопросов, поскольку они не владеют теми способами деятельности, которые могли им помочь в подобных ситуациях. Таким образом, основная задача учителя - построить работу с детьми так, чтобы они смогли освоить основные способы деятельности, связанные с умением вести дискуссию. Это поможет учащимся не только более продуктивно организовать коммуникацию в своей проектной группе, но и эффективно использовать коммуникативные ресурсы в дальнейшем. Нельзя забывать, что дискуссия - полезное средство для решения поставленных задач. С одной стороны, она позволяет получить новые информационные ресурсы, с другой - обеспечить поддержку своим идеям.

Регламент выступления во время презентации зависит от количества презентаций в конкретном классе. Если учитель сочтет необходимым, он может сократить время подготовки и увеличить время презентации продукта. Во время подготовки презентаций педагог имеет возможность проконсультировать обучающегося по запросу, сориентировать обучающегося, если видит, что у них что-то не получается. Организуя процесс проведения презентаций (пространство, очередность выступлений, вопросно-ответную процедуру), учитель перед каждым выступлением дает установку в классе на доброжелательность, внимательность и диалог. Важно, чтобы учащиеся, выступая с критикой, делали это конструктивно. Учителю следует задать такой формат выступления, чтобы после окончания работы над проектом у обучающегося осталось чувство удовлетворения своей работой. Если школьники при обсуждении склонны больше к критике, нежели к похвале, учителю следует найти моменты, за которые можно похвалить каждую группу. Ключевые аспекты успешной презентации это- соблюдение регламента, норм публичной речи, понимание цели презентации, осознание интересов целевой аудитории и ориентация на нее во время презентации, использование специальных приемов, для того чтобы аудитории легче было воспринимать информацию.

Важной задачей для учителя при реализации проекта является умение привести учеников к осознанию важности активного слушания для успешной коммуникации. Умение слушать становится залогом успешной коммуникации. Формирование информационной компетенции обучающегося предполагает создание условий для того, чтобы они могли самостоятельно искать информацию. Для успешного информационного поиска в рамках проектной деятельности учащимся приходится пользоваться различной справочной литературой, каталогами. Общая логика работы учителя состоит в том, чтобы дать ученикам возможность освоить способы первичной обработки информации на актуальном для них информационном материале.

Проектная деятельность требует от учителя не только объяснения «знания», сколько создания условий для расширения познавательных интересов детей, возможностей их самообразования в процессе практического применения знаний. Поэтому учитель как руководитель проекта должен обладать высоким уровнем общей культуры и комплексом творческих способностей. Авторитет учителя в проектной деятельности базируется на способности быть инициатором интересных начинаний. Педагог провоцирует самостоятельную активность обучающегося, бросает вызов их сообразительности и изобретательности.

Одной из наиболее сложных проблем в проектной деятельности является вопрос о степени самостоятельности обучающегося, работающих над проектом. Решение этой проблемы индивидуально и зависит от множества факторов: от предыдущего опыта проектной

деятельности, от возрастных и индивидуальных особенностей детей, от сложности темы проекта, от характера отношений в классе и группе. Следует помнить, что развивающий эффект проектной деятельности находится в прямой зависимости от степени ее самостоятельности. Очень важно для каждой возрастной группы подобрать такие виды проектной деятельности, которые были бы адекватны возрасту. Однако в случае, если при выполнении задания учащиеся испытывают затруднения, учитель может вмешаться в работу групп, задав им вопросы. Планирование, реализация и оценивание проектов также должны в первую очередь оцениваться самими участниками проекта. Итоги работы обучающегося по постановке проблемы учитель подводит в процессе беседы, цель такого обсуждения - способствовать тому, чтобы деятельность обучающегося была осознанной. Контрольной функции беседа носить не должна. Каждый учитель, приступая к реализации проектной деятельности сам определяет оптимальное соотношение времени, отводимого на традиционную классно-урочную и на проектную деятельность. Но независимо от вариантов, роль системообразующего фактора всегда сохраняется за уроком. Традиционная классно-урочная система создает «содержание образования», а проектная деятельность при правильной ее организации наполняет смыслом деятельность детей в ходе выполнения проекта. В проектной деятельности формируется опыт ребенка «быть личностью» - личностный опыт. Внутренним результатом проектной деятельности для ребенка является накопление смыслов, оценок, отношений, поведенческих позиций.

С целью выявить, апробировать и обосновать педагогические условия, необходимые для внедрения технологии проектного обучения на уроках математики, направленного на развитие универсальных учебных действий обучающегося основной школы, рассмотрены теоретические позиции организации проектной деятельности обучающегося. Выявлены особенности организации проектной деятельности обучающегося в рамках уроков математики.

Педагогические условия организации проектной деятельности обучающегося составляет владение учителем методом проектов наличие в обучающегося опыта проектной деятельности, адекватность использования метода проектов в рамках уроков математики, наличие в учителя условий организации проектной деятельности обучающегося, предъявление учащимся требований, представленных в понятном, доступном для воплощения виде и систематическая диагностика уровня сформированности универсальных учебных действий.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Богданова И.М. Педагогическая инноватика / Богданова И.М. М.: ТЭС. 2000. 148 с.
2. Гульчевская В.Г. Педагогические основы проектной деятельности// Практические советы учителю. Методический журнал Ростовского ОИПК и ПРО. 2003. № 4.
3. Краля, Н.А. Метод учебных проектов как средство активизации учебной деятельности обучающегося: Учебно-методическое пособие/ Под ред. Ю.П. Дубенского. Омск: Издательство ОмГУ, 2005. 59с.
4. Кондрашова Л.В. Процесс обучения в высшей школе. Учебное пособие / Кондрашова Л.В. Кривой Рог, 2000. 149 с.
5. Полат, М.Ю. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учебное пособие для студентов пед. вузов и системы повышения квалификации пед. кадров/ Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров; Под ред. Е.С. Полат-М.:Издательский центр «Академия».

**MƏNSUMƏ SEYİDOVA**  
*m.seyidova6919@gmail.com*  
**ELŞƏN MƏMMƏDOV**  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **AVTOMATLAŞDIRILMIŞ LAYİHƏLƏNDİRMƏ SİSTEMLƏRİNDƏ RİYAZİ TƏMİNAT**

### **Giriş**

Kompüter texnikası meydana gəlmiş vaxtdan etibarən layihələndirmə işlərində də tətbiq edilmişdir. İlk zamanlar əsasən hesablama işlərinin yerinə yetirilməsində, sonralar isə həm hesablama işlərində, həm də layihə sənədlərinin alınmasında istifadə edilib. Layihələndirmənin avtomatlaşdırılması həm layihələndirmə prosesinin sürətləndirilməsinə, həm də alınan layihənin keyfiyyətinin yüksəldilməsinə səbəb olur. Yüksək səviyyəli avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin qurulması istiqamətində riyazi, qrafiki proqram vasitələrinin mürəkkəb texniki sistemləri qısa müddətdə və səmərəli layihələndirmək məqsədi ilə Mathcad (riyazi ALS), AutoCAD (qrafiki ALS) kimi proqram paketləri işlənmişdir. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə proseslərinin kompüterlərin köməyi ilə həlli problemləri, avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin yaradılmasına gətirib çıxarır. Burada məsələlər kompleks şəkildə həll olunur. Yəni, texniki obyektin texnoloji və konstruktor sənədlərinin hamısının və yaxud əksəriyyətinin avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin köməyi ilə yerinə yetirilməsi nəzərdə tutulur. Bu problemlər müasir hesablama texnikasının vəsaitləri və riyazi təminatın vəhdəti şəklində həll edilir [1].

Texniki təminatın əsas elementi kompüterlərdir. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin texniki quruluşunun səviyyələrinə görə bir səviyyəli, iki səviyyəli və üç səviyyəli ALS-lərə bölünür: Bir səviyyəli ALS-lər yalnız bir kompüter bazasında yaradılır. İkisəviyyəli ALS-lərdə bir-birinə şəbəkə vasitəsilə birləşmiş kompüter texnikasından istifadə edilir. Onlardan biri mərkəzi olub ümumi layihə məsələlərini, digərləri isə ayrı-ayrı xüsusi layihə məsələlərini yerinə yetirir. Üç səviyyəli ALS-lər iki səviyyəli ALS-lərdən qrafik məlumatları daxil və çap etmə qurğuları ilə təchiz edilməklə alınır. ALS-in öz funksiyasını yerinə yetirməsi üçün istifadə olunan texniki vəsaitlər kompleksi onun texniki təminatını təşkil edir. Aydın ki, hər bir sistemdə olduğu kimi ALS-də də daima istifadəçi ilə kompüter qarşılıqlı məlumat mübadiləsində olurlar. Odur ki, onların məlumat mübadiləsi dialoq adlanır. Dialoq elə təşkil edilməlidir ki, tərəflər bir-birini birmənalı başa düşüb, bir-birinin sorğularına düzgün cavab verə bilsinlər. Maşının istifadəçiyə verdiyi sorğular daha determinik olub əvvəlcədən sistemi yaradanlar tərəfindən hazırlandığı üçün digər tərəfdən isə həmin məlumatların istifadəçi tərəfindən qəbul edildiyi, yəni istifadəçilərin daha intellektual olduqları üçün maşının istifadəçilərə verdiyi sorğuların anlaşılması problem yaratmır. Əsas problem istifadəçinin maşına verdiyi sorğuların maşın tərəfindən anlaşılmasındadır [2].

Keyfiyyətə görə avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin effektivliyi həm onun optimallığına, həm də layihənin fiziki icrasına görə təyin edilir. Layihənin optimallığı dedikdə alternativ variantların sayı və onların içərisindən ən yaxşısının seçilməsi nəzərdə tutulur. Təbii ki, alternativ variantların sayı nə qədər çox olarsa, layihə də bir o qədər optimal olar. Layihələndirmə obyektinin tipindən asılı olmayaraq bütün avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemləri ümumi quruluşa malik olub layihələndirici və xidmətçi alt sistemlərdən ibarətdir. Layihələndirici altsistem bilavasitə layihə işlərini yerinə yetirir. Xidmətçi alt- sistem isə layihələndirici altsistemin öz işini yerinə yetirməsi üçün ona şərait yaradır. Layihələndirici altsistem öz növbəsində asılı və qeyri-asılı hissələrdən ibarətdir. Asılı hissə layihələndirmə obyektinin tipindən asılı olan layihə işlərini, asılı olmayan hissə isə layihələndirmə obyektinin tipindən asılı olmayan layihə işlərini yerinə yetirirlər. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin texniki təminatını onun öz funksiyalarını yerinə yetirməsi üçün tələb edilən bütün texniki vəsaitlər kompleksi təşkil edir. Riyazi təminat avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərində istifadə olunan standart və qeyri-standard riyazi

üsulların və hesabatların alqoritmlərindən ibarətdir. Proqram təminatı bütün hesablamə, idarəetmə, məlumat mübadiləsi, proqramlar hazırlığı işlərini və s. yerinə yetirən proqramlar kompleksindən ibarətdir [3].

Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemləri məlumat təminatını onun işində lazım olan ilkin məlumatlar, aralıq və son nəticələr təşkil edir.

Linqvistik təminatı avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin yaradılması və istismarı zamanı istifadə olunan şərti işarələr, kodlaşdırmalar, proqramlaşdırma dilləri, ünsiyyət formalarından ibarətdir. Metodik təminatı avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemləri istismar etmək üçün zəruri olan izahatlar, təlimatlar və bu kimi digər metodik vəsaitlər təşkil edir. Təşkilati təminatı avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin normal fəaliyyətini təmin etmək üçün lazım olan ştat vahidləri və onların hər birinin funksiyalarını normallaşdıran sənəd təşkil edir. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin öz funksiyasını yerinə yetirməsi üçün istifadə olunan texniki vəsaitlər kompleksi onun texniki təminatını təşkil edir. Texniki təminatın əsas elementi hesablamə maşınıdır [3].

Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin proqram təminatı baza, ümumsistem və xüsusişədirilmiş proqramlara bölünür. Baza proqramları hər bir növ maşının özü üçün nəzərdə tutulan proqramlar kompleksidir və bu proqramlar maşının təyinatından asılı olmayaraq yaradılır. Baza proqramları vasitəsilə digər proqramlar hazırlanır və maşının işi idarə olunur. Baza proqramlarına əməliyyat sistemləri, örtük proqramları, proqramlaşdırma dillərinin translyatorları, interpretatorları, yığıcılar, yükləyicilər və s. aiddir. Ümumsistem proqramları layihələndirmə obyektindən asılı olmayan proqramlardır. Ümumsistem proqramlarının funksiyası: istifadəçilərin sorğularını daxil və emal etmək; layihələndirmə zamanı layihəçi ilə sistem arasında dialoq əlaqəsini təşkil etmək; məlumatların idarə edilməsi; ümumsistem məsələlərinin həlli və s. Bu proqramlara aiddir: monitor dialoq sistemi; məlumat bazasını idarəetmə sistemi; məlumat-axtarış sistemi; həndəsi və qrafik prosessorlar; qrafik və mətni məlumatları yaratma proqramları; ümumtexniki hesabatları aparan proqramlar. Baza və ümumsistem proqramları birlikdə maşının əməliyyat sistemini təşkil edirlər və onların mühitində xüsusişədirilmiş proqramlar işləyirlər. Xüsusişədirilmiş proqramlar isə hər bir həll ediləcək məsələdən asılı olaraq tərtib edilən proqramlardır. O cümlədən avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin xüsusişədirilmiş proqramları bilavasitə layihələndirmə işlərinin yerinə yetirilməsi məsələlərini realizasiya edən proqram modullarından ibarətdir. Bu proqramlar layihələndirmə obyektindən asılı olaraq dəyişir. Xüsusi proqramlar avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemləri yaradanlar tərəfindən tərtib edilir. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin proqram təminatının yaradılmasının aşağıdakı prinsipləri var: - sistem vahidliyi komponentlərarası əlaqənin bütövlüyünü təmin etmək; - birgəlik, yəni avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərində istifadə olunan bütün kod, dil, işarə, məlumat və əlaqələrin birgə fəaliyyətini təmin etmək və sistemin açıq quruluşunu saxlamaq;- standartlıq, yaradılan bütün proqramların unifikasiya edilməsi, tipikləşdirilməsi və standartlara cavab verməsi; - inkişaflıq, yəni yaradılan sistem onun inkişaf etməsinə - yeni proqramların sistemə daxil edilməsi, lazımsız proqramların sistemindən çıxarılmasına imkan verməlidir. Belə sistemlərə açıq sistemlər deyilir [4]. Əks təqdirdə isə sistem qapalı sistem adlanır. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin proqram təminatına aşağıdakı tələbatlar qoyulur:- adaptivlik - müxtəlif şəraitdə işləməyə uyğunlaşma; - evolyusiyalıq - sistemin inkişaf etdirilə bilmə qabiliyyəti; - mobillik - müxtəlif texniki vəsaitlərlə işləmə; - çeviklik - proqramların cəld dəyişdirilə bilmə qabiliyyəti; - reaktivlik - istifadəçinin sorğularına tez cavab vermə; - etibarlıq - alınan nəticələrin düzgünlüyünə zəmanət vermə; - yığcamlıq – minimum texniki vəsait tələb etmə.

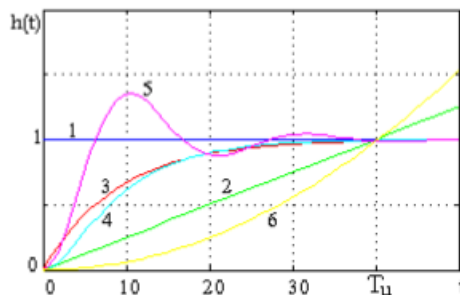
Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemləri vasitəsilə identifikasiyaetmə obyektinin ilkin tədqiqi, təcrübələrin təşkili, məlumatın toplanması və toplanmış məlumatın əsasında riyazi modellərin alınmasından ibarətdir. İdentifikasiya etmə iki mərhələdən - struktur və parametrik identifikasiya mərhələlərindən ibarətdir. Struktur identifikasiya mərhələsinin nəticəsində obyektin keyfiyyət göstəriciləri, yəni onun xətti-qeyri/xətti, stasionar – qeyri/stasionar, birölçülü - çoxölçülü,

determinik - stoxastik, fasiləsiz - diskret və s. bu kimi xüsusiyyətləri təyin edilir və bunun əsasında obyektı ifadə edən riyazi modelin tipi və quruluşu təyin edilir. Bu mərhələ adətən nəzəri araşdırmalara və müşahidələrə əsasən aparılır, təcrübənin neçə aparılması - aktiv və ya passiv təcrübələrdən istifadə olunması müəyyən edilir [5]. Aktiv təcrübələrdə əvvəlcədən planlaşdırılmış qayda üzrə obyektə nümunəvi həyəcan siqnalları verilir və obyektin həmin siqnala olan reaksiyası qeyd edilir. Aktiv təcrübə nəticəsində alınan model daha keyfiyyətli olub, az məlumat tələb edir. Lakin, aktiv təcrübələri sənaye obyektində aparmaq bir çox obyektiv və subyektiv çətinliklərlə rastlaşır. Passiv təcrübələrdə obyektə kənardan heç bir müdaxilə etmədən yalnız tədqiqatçını maraqlandıran koordinatlar qeyd edilir. Bu üsul istənilən sənaye obyektinə tətbiq edilə bilər. Hətta arxiv materiallarından istifadə edilə bilər. Lakin bu üsulla alınan modelin keyfiyyəti aşağı olub, tələb olunan məlumatın həcmi böyük olur. İdarəedici və ölçü kanalları ilə kompüterə qoşulmuş texnoloji proseslərdə hər iki təcrübə üsulunu özündə birləşdirən kompromis üsulu adlanan təcrübə də istifadə edilə bilər. Bu təcrübənin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, monitorda prosesin gedişinə nəzarət edərək giriş koordinatları elə dəyişdirilir ki, prosesin çıxış koordinatları buraxıla bilən həddə dəyişsin. Bu təcrübə mahiyyətinə görə aktiv təcrübədir, lakin bu zaman koordinatların dəyişməsi təsadüfi xarakter daşdığına görə onların emalı üçün statistik üsullar tətbiq edildiyindən passiv təcrübəyə aid edilir [6]. Yəni, hər iki üsulun müsbət cəhətlərindən istifadə olunur.

Parametrik identifikasiya mərhələsində toplanmış məlumata əsasən modelin parametrləri təyin edilir. Təcrübələrin qoyuluşundan və alınan riyazi modelin tipindən asılı olaraq müxtəlif identifikasiya üsulları tətbiq edilir. Əgər dinamik modellər alınarsa, onda aktiv təcrübələr əsasında modellərin alınması üçün qrafoanalitik üsul, Simoyu üsulu, Nağıyev üsulu, kompromis təcrübənin nəticəsində alınan məlumatlara görə ən kiçik kvadratlar üsulu (ƏKKÜ), passiv təcrübələrə görə isə Sovodolnikov-Uskov üsulu tətbiq edilir. Statik modellərin alınması üçün ən kiçik kvadratlar üsulu, baş komponentlər üsulu, reqressiya, korrelyasiya təhlili üsulları və s. tətbiq edilir. Adları çəkilən mərhələ və üsulların hamısı və ya bəziləri avtomatlaşdırılmış şəkildə aparıla bilər [5].

Struktur identifikasiya vasitəsilə obyektin tipinin təyin edilməsi halında baxılan alqoritmlər obyektin tam determinik olduğu hallar üçün keyfiyyətli nəticə almağa imkan verir. Lakin məlum olduğu kimi hər bir obyektə müəyyən maneə siqnalları da olur. Odur ki, belə obyektlər üçün aşağıda baxılacaq alqoritmləri tətbiq etməzdən əvvəl onlardan alınan siqnallar süzgəclənməlidir. Bundan əlavə baxılan alqoritmlərin tətbiqi məlumatın T intervalı ilə kompüter vasitəsilə toplanması şəraitində mümkündür. İzahatın sadəliyi üçün qrafikdən istifadə edilsə də nəzərə almaq lazımdır ki, maşının yaddaşında qrafiki məlumat ədədlər ardıcılığı şəklində yerləşir. Yəni alqoritmlər ədədlər ardıcılığı ilə işləmək üçün nəzərdə tutulmuşdur.

Üsulun mahiyyəti elementar manqaların keçid xarakteristikalarının qarşılıqlı münasibətinə əsaslanır. Şəkil 1-də ətalətsiz (1 xətti), inteqrallayıcı (2 xətti), birinci (3 əyrisi) və ikinci dərəcəli (4 əyrisi) aperiodik, rəqsi (5 əyrisi), ətalətli-inteqrallayıcı (6 əyrisi) manqaların keçid xarakteristikaları verilmişdir. Manqaların parametrləri elə seçilmişdir ki, inteqrallayıcı manqadan başqa hamısının keçid xarakteristikası təqribən eyni səviyyədə (vahid), eyni zamanda qərarlaşırlar. İnteqrallayıcı manqanın keçid xarakteristikası isə digər manqaların keçid xarakteristikalarının qərarlaşma vaxtı və səviyyəsi nöqtəsindən keçir. Bu xüsusiyyət yalnız onların qarşılıqlı münasibətlərini araşdırmaq üçün olub, sonra veriləcək alqoritmlərə heç bir təsiri yoxdur.



Şəkil 1.

Şəkildən elementar manqaların keçid xarakteristikalarının aşağıdakı qarşılıqlı münasibətlərini göstərmək olar: a) Birinci dərəcəli aperiodik manqanın keçid xarakteristikası (3 əyrisi)  $(0, Tu)$  intervalında ətalətsiz (1 xətti) və inteqrallayıcı (2 xətti) manqaların keçid xarakteristikalarının arasında yerləşir; b) İkinci dərəcəli aperiodik manqanın keçid xarakteristikası (4 əyrisi)  $(0, Tu)$  intervalında həmişə ətalətsiz manqanın keçid xarakteristikasından (1 xətti) aşağıda olmaqla həmin intervalın başlanğıcında inteqrallayıcı manqanın keçid xarakteristikasından (2 xətti) aşağıda, sonra isə ondan yuxarıda yerləşir; c) Rəqsi manqanın keçid xarakteristikası (5 əyrisi)  $(0, Tu)$  intervalının başlanğıc anında ani olaraq sıfırdan kiçik, yəni inteqrallayıcı manqanın keçid xarakteristikasından (2 xətti) aşağıda, sonra isə həmişə ondan yuxarıda olmaqla ətalətsiz manqanın keçid xarakteristikası (1 xətti) ətrafında rəqs edir; d) Ətalətli-inteqrallayıcı manqanın keçid xarakteristikası (6 əyrisi)  $(0, Tu)$  intervalında ətalətsiz (1 xətti) və inteqrallayıcı (2 xətti) manqaların keçid xarakteristikalarından aşağıda yerləşir [7]. Elementar manqaların keçid xarakteristikalarının qarşılıqlı münasibəti onların tipinin avtomatik identifikasiyasına imkan verir.

Fərz edək ki, təcrübə nəticəsində keçid xarakteristikası haqqında məlumat

$$Y_{tec} = (y[0T], y[1T], y[2T], \dots, y[rT]) \quad (1)$$

ardıcılığı şəklindədir.  $Y_{qer} = y[rT]$  keçid xarakteristikasının son və qərarlaşmış qiymətidir.

Təcrübədən alınan  $y[rT]$  qiymətinə görə şəkil 1-dəki 1 və ya 2 xarakteristikalarına uyğun nəzəri ədədlər ardıcılıqları

$$Y_{nez1} = (y_1[0T], y_1[1T], y_1[2T], \dots, y_1[rT]) \quad (2)$$

$$(y_1[iT] = y_1[rT], \quad i = 0, 1, \dots, r)$$

$$Y_{nez2} = (y_2[0T], y_2[1T], y_2[2T], \dots, y_2[rT]) \quad (3)$$

$$(y_2[iT] = \frac{i}{r} y[rT], \quad i = 0, 1, \dots, r)$$

kimi təyin edilir. Manqaların tipi istisna etmə yolu ilə aşağıdakı alqoritmə uyğun təyin edilir:

1. Təcrübədən alınan (1) ardıcılığı ilə nəzəri (2) ardıcılığının bərabərliyi yoxlanılır. Əgər  $Y_{tec} = Y_{nez1}$  ödənirsə, obyekt ətalətsiz manqadır, əks təqdirdə 2-ci bəndə keçid edilir;

2. Təcrübədən alınan (1) ardıcılığı ilə nəzəri (3) ardıcılığının bərabərliyi yoxlanılır. Əgər  $Y_{tec} = Y_{nez2}$  ödənirsə, onda obyekt inteqrallayıcı manqadır, əks təqdirdə 3-cü bəndə keçid edilir;

3. Təcrübədən alınan (1) ardıcılığının başlanğıc və son qiymətlərdən başqa bütün nöqtələrdə (2) ardıcılığından kiçik və (3) ardıcılığından böyük olması yoxlanılır. Əgər  $Y_{nez1} > Y_{tec} > Y_{nez2}$  şərti ödənirsə, onda obyekt birinci dərəcəli aperiodik manqadır, əks təqdirdə 4-cü bəndə keçid edilir;

4. Təcrübədən alınan (1) ardıcılığının başlanğıc və son qiymətlərdən başqa bütün nöqtələrdə (2) və (3) ardıcılıqlarından kiçik olması yoxlanılır. Əgər  $Y_{nez1} > Y_{tec} > Y_{nez2} > Y_{tec}$  şərti ödənirsə, onda obyekt ətalətli-inteqrallayıcı manqadır, əks təqdirdə 5-ci bəndə keçid edilir;

5. Təcrübədən alınan (1) ardıcılığının  $y[0T]$  qiymətindən başqa başlanğıcda (3) ardıcılığından kiçik olması və bütün nöqtələrdə (2) ardıcılığından kiçik olması yoxlanılır. Əgər bu şərtlər ödənirsə, onda obyekt ikinci dərəcəli aperiodik, əks təqdirdə rəqsi manqadır.

Hər bir sistemdə olduğu kimi avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərində də daima istifadəçi ilə kompüter qarşılıqlı məlumat mübadiləsində, yəni dialoqda olurlar. Dialoq elə təşkil edilməlidir ki, tərəflər bir-birini birmənalı başa düşüb, bir-birinin sorğularına düzgün cavab verə bilsinlər. Maşının istifadəçiyə verdiyi sorğular daha determinik olub əvvəlcədən sistemi yaradanlar tərəfindən hazırlandığı üçün, digər tərəfdən isə həmin məlumatların istifadəçi tərəfindən qəbul edildiyi, yəni istifadəçilərin daha intellektual olduqları üçün maşının istifadəçilərə verdiyi sorğuların anlaşılması problem yaratmır. Əsas məsələ isə istifadəçinin maşına verdiyi sorğuların maşın tərəfindən anlaşılmasındadır.

### **Nəticə**

Müasir texnikanın inkişaf mərhələsi istehsal proseslərinin bir çox sahələrində yenidənqurma tələb edir. Bunun üçün texnoloji proseslərin tam öyrənilməsi, onun fəaliyyətini təmin edən avadanlıqların analizi və səviyyə uyğunluğu müəyyənləşdirilməlidir. Kompüter texnikasının, bilavasitə riyazi proqram paketlərinin meydana gəldiyi vaxtdan ilk zamanlar əsasən hesablama



işlərinin yerinə yetirilməsində, sonralar isə həm hesablama işlərində, həm də layihə sənədlərinin alınmasında istifadə edilib. Layihələndirmənin avtomatlaşdırılması həm layihələndirmə prosesinin sürətləndirilməsinə, həm də alınan layihənin keyfiyyətinin yüksəldilməsinə səbəb olur. Layihənin keyfiyyətinin yüksəldilməsi əsasən aparılan hesablatların dəqiqliyinin yüksəldilməsi və çoxvariantlı layihələrdən ən yaxşısının seçilməsi hesabına əldə olunur. Müasir kompüter texnikası, riyazi və proqram paketləri tətbiq edildikdə yaradılmış layihə obyektlərinin keyfiyyətinin və məhsuldarlığının yüksəldilməsi, sistemin səmərəli işlənməsi təmin edilir

Yeni texnologiyaların tətbiqi avadanlıqlar qarşısında bir çox tələbatlar qoyur: - avadanlığın çevikliyi (bir məhsul buraxılışından digər məhsul buraxılışına avtomatlaşdırılmış keçid üçün); - avadanlıqların bir-birinə qoşulma imkanı; - texnoloji prosesin insan iştirakı olmadan idarə olunması; - texnoloji proses zamanı avtomatlaşdırılmış ölçmənin təşkili; - material tullantılarının istehsal sahəsindən avtomatik kənarlaşdırılması; - avadanlıqların texniki vəziyyətinə nəzarət baxımından diaqnostik sistemin yaradılması.

Yüksək səviyyəli avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərində Mathcad (riyazi ALS), AutoCAD (qrafiki ALS) kimi proqram paketlərinin işlənməsi ilə mürəkkəb texniki sistemləri qısa müddətdə və səmərəli layihələndirmək mümkündür.

Alınan nəzəri biliklər həm avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin qurulması, həm də onlardan istifadə zamanı tətbiq olunur. Məsələn, tənzim sisteminin qurulması üzrə avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemləri yaradılsa, təbii ki, həmin sistemin komponenti kimi dinamik modellərinin alınması üçün təcrübənin qoyulması, təcrübənin nəticəsinə görə modellərin qurulması, müxtəlif quruluşlu tənzim sistemlərinin sintez olması, sintez olunmuş sistemlərin tədqiq edilməsi (dayanıqlığın və keyfiyyət göstəricilərin təyini) və s. işləri yerinə yetirən alqoritmlər və riyazi proqram təminatı hazırlanmalıdır.

Məqalədə göstəriləyi kimi əsas məqsəd avtomatlaşdırılmış layihələndirmə proseslərində kompüterlərin, riyazi və proqram paketlərinin (Mathcad-riyazi ALS) tətbiqi eilməsi ilə avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin yaradılması və yaradılmış layihə obyektlərinin keyfiyyətinin və məhsuldarlığının yüksəldilməsi, sistemin səmərəli işləməsinin təmin edilməsidir.

## **ƏDƏBİYYAT**

1. Əhmədov M.A., Hüseyinov A.H., Məmmədov C.F. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin əsasları. Sumqayıt: 2003
2. Rüstəmov Q.Ə. Avtomatik tənzimləmə nəzəriyyəsi: Matlab/Simulinkdə modelləşdirmə. I hissə. 2-ci nəşr. Bakı: “Elm və təhsil” nəşriyyatı, 2012.
3. Rüstəmov Q.Ə. Avtomatik tənzimləmə nəzəriyyəsi. I hissə. Bakı: “Nasir” nəşriyyatı, 2003
4. Тищенко И.М. Введение в проектирование систем управления. М.: Высш.шк., 1986
5. Əhmədov M.A., Hüseyinov A.H., Məmmədov C.F. Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərinin əsasları. Sumqayıt: 2003
6. Солнцев Р.И. и др. «Автоматизация проектирования гибких производственных систем», Л: Машиностроение, 1980

**KÖNÜL MƏMMƏDOVA**  
*rustemli1976@gmail.com*  
**ƏNNAĞI ƏSGƏROV**  
*askerov\_a1970@mail.ru*  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **MÜQAVİMƏTSİZ MÜHİTDƏ ÜFÜQƏ BUCAQ ALTINDA ATILMIŞ CİSMİN UÇUŞUNUN RİYAZİ MODELİ**

Hal-hazırda elmi və praktiki sahələrdə kompüter modelləşdirməsi bizi əhatə edən dünyanın müxtəlif sistemlərini, proseslərini və hadisələrini öyrənmək üçün əsas vasitələrdən biridir. Lakin elmi tədqiqatlarda modelləşdirmə çox əvvəl istifadə olunmağa başladı və tədricən elmi biliyin bütün yeni sahələrini: tikinti və memarlıq, texniki dizayn, fizika, astronomiya, kimya, biologiya və nəhayət, sosial elmləri əhatə etdi. Lakin elmin demək olar ki, bütün sahələrdə əhəmiyyətli uğur və tanınma 20-ci əsrdə kompüter parkının yaranması ilə əlaqədar olaraq modelləşdirməyə gətirildi.

Fiziki proseslərin kompüter modelləri riyazi modellər əsasında qurulur. Riyazi model mahiyyət etibarilə informasiya işarəsi modelidir, ən əlamətdar işarə modellərindən biridir, riyazi modelləşdirmə metodu isə müxtəlif elmlərdə ən universal tədqiqat metodlarından biridir.

Müxtəlif meyarlara görə riyazi modellərin təsnifatını nəzərdən keçirək.

1. Modellərin qurulması prinsiplərinə görə onlar analitik və simulyasiyaya bölünür. Analitik riyazi modellərdə real obyektlərin və ya sistemlərin işləmə prosesləri açıq funksional asılılıqlar şəklində yazılır. Lakin bu asılılıqları (diferensial və inteqral tənliklər, tənliklər sistemləri) yalnız nisbətən sadə sistemlər və hadisələr üçün əldə etmək olar. Hadisələr mürəkkəb və müxtəlif olduqda, tədqiqatçı onların sadələşdirilməsi üçün çalışmalıdır. Nəticədə, analitik riyazi model real sistem və ya prosesin çox kobud təxmininə çevrilir. Buna baxmayaraq, mürəkkəb sistemlər üçün analitik model qurmaq mümkündürsə, onda onun öyrənilməsi çox vaxt həlledilməz problemə çevrilir. Buna görə də çox vaxt simulyasiya modellərinə üstünlük verilir.

Simulyasiya modelləri müəyyən dövr üçün real obyektlərin, proseslərin və sistemlərin davranışını zamana uyğunlaşdıran riyazi modellər adlanır, proses və ya sistemi təşkil edən elementar hadisələr isə öz məntiqi strukturunu və zaman üzrə axın ardıcılığını saxlamaqla simulyasiya edilir.

Simulyasiya modelləri sistemin davranışını əvvəlcədən hesablamağa və ya proqnozlaşdırmağa imkan vermir, lakin belə bir proqnoz üçün verilmiş ilkin məlumatlarla riyazi model üzərində hesablama eksperimentinin aparılmasını tələb edir.

Simulyasiya modelləri müəyyən müddət ərzində real obyektlərin, proseslərin və ya sistemlərin davranışını simulyasiya edən riyazi modellərlə kompüter əsaslı hesablama təcrübələridir (Boev 2017, 28-31).

2. Modelləşdirmənin məqsədlərinə görə riyazi modellər təsviri, optimallaşdırma, multikriteriya və oyun modellərinə bölünür.

Təsviri modellər yalnız cisim və hadisələri təsvir edən və sanki onlar haqqında məlumatları qeyd edən modellər adlanır.

Optimallaşdırma modelləri, dəyişməsi simulyasiya nəticəsinə təsir edən parametrləri olan modellərdir. Onlar müəyyən şərtlər daxilində problemin optimal (müəyyən mənada ən yaxşı) həllini tapmağa xidmət edir.

Çoxmeyarlı modellər prosesi bir anda bir neçə parametrdə optimallaşdırmağa imkan verən modellərdir.

Oyun modelləri riyazi oyun nəzəriyyəsində oyun adlanan münaqişə vəziyyətində rəqiblərin strategiyasını müəyyən edən modellərdir (Колупаева 2008, 145-150)

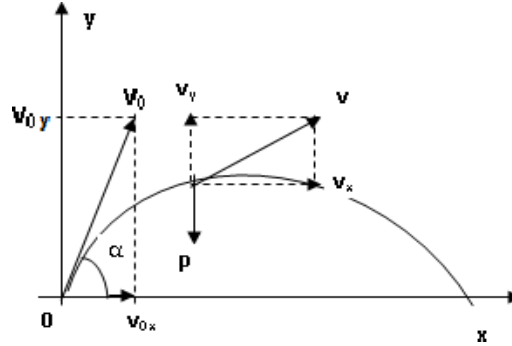
**Cismin uçuşunun diferensial riyazi modelinin qurulması**

Cisim üfüqə  $\alpha$  bucaq altında müqavimətsiz mühitə  $v_0$  başlanğıc sürəti ilə atılmışdır. Uçuşun xüsusiyyətlərini - onun məsafəsini, maksimum uçuş hündürlüyünü, müddətini müəyyənəşdirək.

Məsələnin suallarına cavab vermək üçün biz bu fiziki prosesin riyazi modelini qururuq.

Cismi maddi nöqtə kimi götürərək, şəkl.1-də göstərilədiyi kimi, Dekart koordinatlarının başlanğıcını cismin gediş nöqtəsi ilə birləşdirək. Uçan cismə yalnız P cazibə qüvvəsi təsir edir.

Belə bir uçuşun xüsusiyyətlərini fəzada deyil, müstəvidə nəzərdən keçirək.



**Şəkil 1. Model - uçuş sxemi**

$x, y$  cismin XOY müstəvisində koordinatları olsun;

$V_0$  - ilkin  $t_0$  zaman anında cismin hərəkət sürəti;

$V$  -  $t$  zaman anında cismin hərəkət sürəti;

$V_x, V_y$  -  $t$  zamanın  $V$  anında üfüqi və şaquli komponentləri;

$a$  -  $t$  zaman anında cismin sürətlənməsi;

$a_x, a_y$  -  $t$  zamanın  $a$  anında horizontal və şaquli komponentlər;

Uçuşun xüsusiyyətlərini zamanın ilkin anında, yəni  $t=0$ -da yazırıq. Bunlar prosesin ilkin şərtləri olacaq:

$$\begin{cases} x(0) = 0; & y(0) = 0; \\ v_x(0) = V_{0x} = V_0 \cdot \cos(\alpha); \\ v_y(0) = V_{0y} = V_0 \cdot \sin(\alpha); \end{cases} \quad (1)$$

Nyutonun ikinci qanununa görə, hərəkət edən cismə  $F=ma$  qüvvəsi təsir edir, bu halda uçan cismə yalnız bir cazibə qüvvəsi  $P=mg$  təsir göstərir, ona görə də  $ma=mg$ ,  $P$  qüvvəsi isə şaquli olaraq aşağı istiqamətlənmişdir və heç bir üfüqi komponent qüvvəsi yoxdur, buna görə də sürətlənmənin üfüqi və şaquli komponenti üçün sonuncu bərabərlik aşağıdakı formada yazılacaq:

$$\begin{cases} ma_x = 0 \\ ma_y = -g \end{cases}$$

“-” işarəsi yer tutur, çünki  $y$  oxu yuxarıya, cazibə isə aşağıya doğru yönəldilmişdir.  $m \neq 0$  olduğundan hər iki tənliyi  $m$ -ə bölürük və alırıq:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad (2)$$

**və ya**

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -g \end{cases} \quad (2')$$

(2) və ya (2') tənliklər sistemi üfüqə bucaq altında atılmış cismin uçuş prosesinin diferensial riyazi modelidir. Quruluş prinsipinə görə o, determinik modellərə, məqsədə görə isə təsviri modellərə aiddir, çünki o, yalnız uçan cismin hərəkətini təsvir edir (Колупаева 2008, 55-60).

**Diferensial riyazi modelin nəzəri öyrənilməsi**

Belə bir asılılığı əldə etmək üçün modelin analitik tədqiqini aparacağıq, yəni ilkin şərtlərdən (1) istifadə edərək diferensial tənliyi (2') həll edəcəyik.

1) Fizikadan məlumdur ki,

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Bu düsturları nəzərə alaraq, (2) sistemindən birinci tənliyi  $t$  dəyişəninə nəzərən ikinci tərtibdən inteqrallayırıq.

$$\int a_x dt = \int 0 dt \Leftrightarrow \int \frac{dv_x}{dt} dt = \int 0 dt \Leftrightarrow \int dv_x = 0 \int dt \Leftrightarrow \underline{v_x = C_1}$$

$$\int v_x dt = \int C_1 dt \Leftrightarrow \int \frac{dx}{dt} dt = C_1 \int dt \Leftrightarrow \int dx = C_1 \int dt \Leftrightarrow \underline{x = C_1 t + C_2}$$

(1) şərtindən istifadə edərək,  $C_1$  və  $C_2$  sabitlərini təyin edirik:

$$x(0) = 0; \quad x(0) = C_1 \cdot 0 + C_2 = 0 \Leftrightarrow C_2 = 0;$$

$$V(0) = V_0 \cdot \cos(\alpha); \quad V(0) = C_1; \Leftrightarrow C_1 = V_0 \cos(\alpha)$$

Nəticədə alırıq:

$$\begin{cases} V_x = V_0 \cdot \cos(\alpha); \\ V_y = V_0 \cdot t \cdot \cos(\alpha); \end{cases} \quad (3)$$

(3) tənliklər sistemi – riyazi modelin (2) birinci diferensial tənliyinin həllidir. (3) sistemindən belə çıxır ki,  $V_x$  sürətinin üfüqi komponenti sabit qiymətdir, ona görə də *cismin üfüqi istiqamətdə hərəkəti sabit  $V_x = V_0 \cdot \cos(\alpha)$  sürəti ilə eynidir.*

2) (2) modelindən ikinci tənliyi  $t$ -yə nəzərən inteqrallasaq:

$$v_y = \frac{dy}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\int a_y dt = -\int g dt \Leftrightarrow \int \frac{dv_y}{dt} dt = -g \int dt \Leftrightarrow \int dv_y = -g \int dt \Leftrightarrow \underline{v_y = -gt + C_1}$$

$$\int v_y dt = \int (-gt + C_1) dt \Leftrightarrow \int \frac{dy}{dt} dt = \int (-gt) dt + \int C_1 dt \Leftrightarrow$$

$$\int y dt = -g \int t dt + C_1 \int dt \Leftrightarrow y = -\frac{gt^2}{2} + C_1 t + C_2$$

(1) şərtindən istifadə edərək,  $C_1$  və  $C_2$ -ni təyin edirik:

$$V_y(0) = V_0 \cdot \sin \alpha; \quad V_y(0) = -g \cdot 0 + C_1; \Leftrightarrow C_1 = V_0 \sin(\alpha);$$

$$\begin{cases} y(0) = 0; \quad y(0) - \frac{g \cdot 0^2}{2} + C_1 t + C_2 = 0 \Leftrightarrow C_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Nəticədə alırıq: } \begin{cases} V_y = V_0 \cdot \sin(\alpha) - gt; \\ V_y = V_0 \cdot \sin(\alpha) - gt^2 / 2; \end{cases} \quad (4)$$

(4) tənliklər sistemi - riyazi modelin (2) ikinci tənliyinin həllidir. (4) sistemindən belə çıxır ki, şaquli istiqamətdə hərəkət vahid deyil, çünki  $v_y$  artıq  $t$  zamanından və hərəkət istiqamətindən asılıdır və:

Hərəkətin əvvəlində cisim yuxarıya doğru hərəkət etdikdə  $gt < v_0 \cdot \sin \alpha$ ,  $v_0 \cdot \sin \alpha$ -dan  $gt$  çıxıldığı üçün hərəkət eyni dərəcədə yavaş olur.

$gt = v_0 \cdot \sin \alpha$  zaman anında  $v_y = 0$  - sürətin şaquli komponenti və cisim müvazinət halında olur.

Bundan əlavə  $gt > v_0 \cdot \sin \alpha$  olduqda, enmə başlayır,  $P$  və  $v_y$  eyni istiqamətə yönəldildiği üçün hərəkət vahid şəkildə sürətlənir.

(2), (3), (4) düsturlarını toplayaraq, cismin uçuşunu xarakterizə edən riyazi münasibətlər sistemini əldə edirik:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - gt \\ x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (5)$$

#### **Analitik riyazi uçuş modelinin nəzəri öyrənilməsi**

Qurulmuş analitik riyazi modeli nəzəri cəhətdən öyrənək, yəni cismin uçuş xüsusiyyətlərini tapacağıq.

1)  $t$  uçuş zamanını (5) sisteminin 5-ci tənliyində ifadə edirik, nəticədə alınan ifadəni bu sistemin 6-cı tənliyində yerinə yazsaq,  $x$  və  $y$  dəyərlərinə aid düstur alırıq:

$$y = x \cdot tg \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (6)$$

(6) formulu cismin uçuş yolunun tənliyidir. Bundan belə nəticə çıxır ki, cisim parabola boyunca hərəkət edir.

2) Proyeksiyalar üsulu ilə bu trayektoriya üzrə hərəkət sürətini təyin edək:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 \cdot g \cdot t \cdot \sin \alpha + g^2 t^2} \quad (7)$$

Sonuncu düsturdan belə çıxır ki, müntəzəm üfüqi və bərabər dəyişkən şaquli cəmdən alınan hərəkət müntəzəm və bərabər dəyişkən deyil.

3) (5) sisteminin 6-cı tənliyində  $y=0$  götürək. Bu zaman uçuş yekunlaşır və cisim yerə düşür:

$$v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} = 0 \Leftrightarrow t \left( v_0 \cdot \sin \alpha - \frac{gt}{2} \right) = 0, \Rightarrow \boxed{T = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}} \quad (8)$$

(8) formulu uçuşun müddətini müəyyən edir.

4) (8) formulunda təyin edilmiş  $T$ -ni (5) sisteminin 5-ci tənliyində tətbiq etsək,

$$S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} \Rightarrow \boxed{S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}} \quad (9)$$

əldə edirik:

(9) formulu uçuş məsafəsini, yəni cismin  $T$  zamanında üfüqi olaraq uçaçağı məsafəni təyin edir.

5) (5) riyazi modelin 4-cü tənliyində  $v_y = 0$  qoysaq, alırıq:

$$v_0 \cdot \sin \alpha - gt = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Aydındır ki, bu zaman cisim ən böyük hündürlüyə qalxacaq. (8) formulu ilə təyin olunan bu  $t$  zamanını bütün uçuşun  $T$  zamanı ilə müqayisə etsək,  $H$  maksimum uçuş hündürlüyünə  $t = T/2$  zamanında, yəni uçuşun ortasında çatdığını görürük. (5) sisteminin 6-cı tənliyində  $t$ -ni əvəz etsək,

$$H = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} - \frac{g \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g^2}$$

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \tag{10}$$

(10) Formula uçuş zamanı cismin maksimum hündürlüyünü müəyyən edir.

Nəticə

Kompüter modelləşdirməsi dünyanın müxtəlif sistemlərini, proseslərini və hadisələrini öyrənmək üçün əsas vasitələrdən birinə çevrilmişdir. Modelləşdirmə çox qədimdən istifadə olunmuş və elmi biliyin bütün yeni sahələrini əhatə etmişdir. Riyazi model informasiya işarəsi modeli, riyazi modelləşdirmə metodu isə ən universal tədqiqat metodlarından biridir.

Riyazi modellərin qurulması prinsip etibarilə analitik və simulyasiya kimi modellərə bölünür. Mürəkkəb sistemlər üçün analitik model qurmaq mümkündürsə, onda onun öyrənilməsi çox vaxt həlledilməz problemə çevrilir. Ona görə də simulyasiya modellərinə üstünlük verilir.

Simulyasiya modelləri müəyyən müddət ərzində real obyektlərin, proseslərin və ya sistemlərin davranışını simulyasiya edən riyazi modellərlə kompüter əsaslı hesablama təcrübələridir.

Məqsədlərinə görə riyazi modellər təsviri, optimallaşdırma, multikriteriya və oyun modellərinə bölünür.

Təsviri modellər cisim və hadisələr haqqında məlumatları qeyd edən, optimallaşdırma modelləri, dəyişməsi simulyasiya nəticəsinə təsir edən parametrləri olan, çoxmeyarlı modellər prosesi bir anda bir neçə parametrdə optimallaşdırmağa imkan verən və nəhayət oyun modelləri riyazi oyun nəzəriyyəsində oyun adlanan münafişə vəziyyətində rəqiblərin strategiyasını müəyyən edən modellərə deyilir (Пермяков, Репин 2018, 27-30).

## ƏDƏBİYYAT

1. Боев В.Д. Имитационное моделирование систем: учеб. пособие для прикладного бакалавриата // М.: Издательство Юрайт, 2017, 253 с. (Серия: Бакалавр. Прикладной курс). Режим доступа: <http://simulation.su/uploads/files/default/2017-uch-posob-boev.pdf>.
2. Колупаева С.Н. Математическое и компьютерное моделирование. Учебное пособие / С.Н. Колупаева. Томск, Школьный университет, 2008, 208с.
3. Майер Р.В. Компьютерное моделирование: моделирование как метод научного познания. Компьютерные модели и их виды // Научный электронный архив. URL: <http://econf.rae.ru/article/6722> (дата обращения: 12.12.2019).
4. Майер Р.В. Компьютерное моделирование: учебно-методическое пособие для студентов педагогических вузов [Электронное учебное издание на компакт диске]. - Глазов: Глазов.гос.пед.институт, 2015, 120 с. Режим доступа: [http://maier-rv.glazov.net/Komp\\_model.htm](http://maier-rv.glazov.net/Komp_model.htm)
5. Пермяков П.С., Репин О.И. Математическое моделирование физических процессов // Международный студенческий научный вестник. 2018, №6.; URL: <http://eduherald.ru/ru/article/view?id=19442> (дата обращения: 14.12.2019).

**AYNURƏ SEYİDOVA**  
*seyidovaaynure0810@gmail.com*  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **RİYAZİ TƏLİMDƏ YENİ TƏLİM TEXNOLOGİYALARINDAN İSTİFADƏ**

Təhsil sahəsində aparılan islahatlar, edilən yeniliklər bu sahənin inkişafı üçün yeni yollar açmış, gündən günə artan informasiyalar bolluğu dövründə, texnika və texnologiyaların sürətli inkişafı zamanında fənlərin tədrisi prosesində də yeni pedaqoji texnologiyaların, innovasiyaların tətbiqinə zərurət yaratmışdır.

Təhsil sahəsində aparılan islahatlar, verilən fərman və sərəncamlar, təhsildə yüksək nəticələrin əldə olunması üçün imzalanan sənədlər təhsildə böyük uğurların, nailiyyətlərin əldə edilməsinə səbəb olmuşdur. Təhsil siyasətinin təməlinə məhz insan amili, hərtərəfli inkişaf etmiş şəxsiyyət, dərin elmi biliklərə yiyələnmək, texnika və texnologiyaya sahib olmaq, vətənpərvərlik, həmrəylik, humanizm, mənəviyyat tərbiyəsi önəmli yer tutmuş və tutmaqdadır.

İntellektual inkişafın, elmi dünyagörüşün təkanverici amili İKT, yeni pedaqoji texnologiyalardır ki, həmin sahələr, xüsusilə təhsillə, gənclərin fəal təhsil prosesinə qoşulması ilə bağlıdır, deyən Azərbaycan Respublikasının Prezidenti cənab İlham Əliyev müəllimlərin XIII qurultayının iştirakçılarına göndərdiyi məktubunda deyir: “Bu gün qədəm qoyduğumuz informasiya cəmiyyəti və biliklərə əsaslanan yeni tipli iqtisadiyyatın formalaşması, qloballaşma çağırışları, bütün dünya təhsil sistemi qarşısında yeni vəzifələr qoyur. “Təhsil əsri” adı qazanmış XXI əsr Azərbaycan təhsilinin yeniləşməsinə və müasirləşməsinə tələb edir. Təhsil sektoru qarşısında qoyulan - “Azərbaycan təhsilinin yeniləşməsi və müasirləşməsi” - təhsilin kompleks informatlaşmasını, təhsil sistemində İKT-dən, yeni pedaqoji texnologiyalardan istifadə edilməsinə geniş imkanlar yaradır ki, Cənab Prezident İlham Əliyev məhz bu barədə belə deyir: “Azərbaycanda gərək virtual dərslər, yeni texnologiyalar geniş yayılsın, bütün məktəbləri əhatə etsin. Bu çox böyük, mürəkkəb, çoxlu maliyyə vəsaiti tələb edən proqramdır. Amma, biz bunu etməliyik. Çünki biz gələcəyə baxmalıyıq”.

Bu gün təhsili, tədrisi, pedaqoji prosesi texnika və texnologiyasız təsəvvür etmək çətindir. Təhsil sistemində aparılan geniş islahatlar, xüsusilə ali təhsil sisteminin son vaxtlar həm məzmun və həm də formaca yeniləşməsi, təlimin yeni təşkil forma və metodlarının yaranmasına səbəb olmuşdur. Distant təhsil, virtual təhsil, innovativ təhsil, elektron dərslər, elektron lövhələr, elektron dərslik və dərs vəsaitləri, multimedialar, avtomatlaşdırılmış öyrədici sistemlər tədris prosesini xeyli yenilənmiş, təkmilləşdirmiş, daha öyrədici, inkişafetdirici, tərbiyəedici etmiş və onu yeni yüksəliş mərhələsinə qaldırmışdır. Tədris prosesində fəal və interaktiv təlim metodlarının tətbiqi, yeni pedaqoji texnologiyalardan, kompüter texnikasından, innovasiyalardan, elektron lövhələrdən, elektron dərslik və dərs vəsaitlərindən istifadə heç şübhəsiz tədrisin keyfiyyətini xeyli dərəcədə yüksəldir, biliklərin daha səmərəli mənimsənilməsinə, uzun müddət yadda qalmasına, təhsil alanların texniki bacarıq və qabiliyyətlərinin, yaradıcı və məntiqi təfəkkürünün inkişafına, və həmçinin səriştəli, keyfiyyətli kadr hazırlığına səbəb olur.

Ümumiyyətlə, şagirdlərin şəxsiyyətinin və xarakterinin formalaşdığı orta məktəb dövründə yaradıcı və texnoloji inkişafa dərhal uyğunlaşmaları məhz bu dövrdə onlara öyrədilən davamlı və keyfiyyətli riyazi proqramla sıx bağlıdır. Şagirdlərin şəxsiyyət kimi formalaşmasında riyaziyyat fənninin rolu olduqca böyükdür. Riyazi məsələlərin, misalların, məntiqi məsələlərin həlli onlara sadəcə bu tapşırıqların həll alqoritmlərini deyil, eyni zamanda dürüstlük, düzümlülük, səbr, əlverişli variant seçmək bacarığı, biri-birini dinləmə mədəniyyəti, təqdim etmə bacarığı aşılayır. Şagirdlərin riyaziyyat fənnini sevməsi və gələcək fəaliyyətlərini bu elmlə bağlı qurması həmin şagirdlərin riyaziyyat müəllimindən və onun qurduğu riyaziyyat dərslərində istifadə etdiyi təlim-texnologiyalarından bir başa asılıdır.

Azərbaycan Respublikasının orta ümumtəhsil məktəblərinin riyaziyyat proqramında baş verən əsaslı dəyişikliklər, respublikanın dünya ölkələrinə inteqrasiyası tədris prosesində yeniliklərin tətbiqini labüdləşdirir. Müasir təhsil nəzəriyyəsi və təcrübəsi şagirdlərin qeyri-fəallığını aradan qaldırmaq, lazım olan təfəkkür xüsusiyyətlərinin, yaradıcı qabiliyyətlərinin formalaşması və təlimin keyfiyyətinin yüksəldilməsi üçün tədris prosesinə interaktiv metodların daxil edilməsini zəruri etmişdir. XXI əsrdə biliklərə daha yaxşı, daha dəqiq və əhatəli yiyələnməyə şagirdlərin yetiştirilməsinə

xüsusi diqqət verilməkdədir. Elmi-texniki inqilab, dünya ölkələri ilə geniş əlaqələr Azərbaycan məktəblərində tədrisin keyfiyyətinin yüksəldilməsini, fəal təlimin, kurikulumun tətbiq edilməsini zəruri etmişdir. İntellektual potensialın inkişaf etdirilməsi və onun qorunub saxlanması hər bir dövlətin öz qarşısında qoyduğu əsas məqsəddir.

Riyazi təlim şagirdlərin bilik, bacarıq və vərdislər sisteminə yiyələnməsini təmin etməklə, həm də ümumi mədəniyyət formalaşdırılmalıdır. İlk növbədə çalışmaq lazımdır ki, şagirdlər cəmiyyətin inkişafında riyaziyyatın rolunu qiymətləndirə bilsin, istehsalatda və texnikada riyaziyyatın fundamental əhəmiyyətə malik olduğunu anlaya bilsin. Təlim prosesində şagirdlərə izah etmək lazımdır ki, riyazi abstraksiyalar (ədəd, fiqur, funksiya və s.) real aləmin obyekt və hadisələrinin elmi ümumiləşdirilməsinin nəticəsidir [8, s.138]. Müasir təhsil sistemində əsas məqsədlərdən biri həyati bacarıqları yüksək səviyyədə olan şagirdlər yetişdirməkdir. Bu bacarıqlar o zaman yüksək səviyyədə ola bilər ki, şagirdlər bütün fənlər üzrə kafi biliklərə malik olsun, bu və ya digər materialın fərqli fəndəki rolunu və əhəmiyyətini anlasın, və əldə etdiyi bilikləri tətbiq edə bilsin. Təbii ki, bunlar təhsilin ayrı-ayrı dövrlərində keçirilən fənlər və onları təşkil edən mövzular arasında inteqrasiya qurularsa mümkün olar. Elə bu və digər səbəblərdən bütün sahələrdə olduğu kimi, təhsildə də geniş inteqrasiya zərurəti yaranmışdır. İnteqrasiya təlimin keyfiyyətini yüksəltməyə təsir edən prosesdir. Məhz inteqrasiyanın düzgün qurulması nəticəsində şagirdlər nəinki riyaziyyat dərslərində, həm də digər dərslərdə də riyaziyyatın rolunu, əhəmiyyətini anlayırlar. Təhsildə inteqrativlik əsas prinsiplərdən biri olaraq götürülür. Təhsilin inteqrasiyası fənlərin öyrənilməsi zamanı fənlərarası əlaqələrin aşkar edilməsi əsasında qlobal təfəkkürün formalaşdırılmasının vacibliyini nəzərdə tutur [4, s.629]. Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramında (kurikulumu) (I-XI siniflər) deyilir: *“riyaziyyatdan kurikulumuna həmçinin elə imkanlar daxil edilməlidir ki, oradakı mövzular bir-birindən təcrid olunmuş formada daxil edilməsin, onlar arasında əlaqə yaratmaq mümkün olsun. Fənnin özünün ayrı-ayrı mövzuları arasında əlaqələrinin başa düşülməsi, riyaziyyatın digər kurikulum sahələrinə inteqrasiya olunması belə əlaqələrin yaradılmasına zəmin yaradır. Riyaziyyatın digər sahələrə simvollarla, praktiki riyazi proseslərlə inteqrasiyası, şagirdlərə riyazi ideyalar vasitəsi ilə həmin sahələri yaxşı başa düşməyə imkan yaradır”* [1, s.15].

Riyazi təlimin keyfiyyətinin yüksəldilməsində tədris proqramlarının yeniləşdirilməsi, onların həcm və xüsusiyyətlərinin müasir tələblərə uyğunlaşdırılması, İKT-nin tətbiqi və s. böyük əhəmiyyət kəsb edir. İKT-nin tətbiqi həm fəndaxili, həm də fənlərarası əlaqələrin reallaşmasında, yeniləşməsində və təkmilləşdirilməsində vacib rol oynayır [6, s.126]. Bütün fənlərdə olduğu kimi, riyaziyyat fənnində də şagirdlərin yaradıcılıq qabiliyyətlərini inkişaf etdirmək üçün imkanlar vardır. Bunun üçün müəllim şagirdlərində bu fənnə maraq oyatmalıdır. Təbii ki, riyaziyyatı sevmək, duymaq, anlamaq lazımdır. Riyaziyyat fənninə qarşı şagirdlərdə maraq oyatmaq müəllimin pedaqoji ustalığına bağlı olduğu kimi, pedaqoqun öz fənnini və eyni zamanda şagirdlərini nə dərəcədə sevməsinə də bağlıdır. Müəllim əvvəlcədən dərslə hazırlaşmalı və bu prosesi həyata keçirərkən əyləncəli məsələlərdən, misallardan, oyunlardan necə və nə vaxt istifadə edəcəyini planlaşdırılmalıdır. Hər hansı bir mövzunun öyrənilməsində eyni tipli misal çoxluq təşkil edərsə bu şagirdlərin dərslə marağını azaldacaq, onlar bu prosesi həvəssiz yerinə yetirəcəklər. Bu məqamda müəllim öyrənilən mövzunun yeniliklərini, həll alqoritmlərini, düstur və qaydaları və s. özündə əks etdirən məntiqi məsələlərdən, əyləncəli misallardan, yarışlardan istifadə edərək sinifdə canlanma yarada bilər.

Riyaziyyatın təlimi prosesində həmçinin elmi-məntiqi metodlardan düzgün istifadə şagirdlərin riyazi mədəniyyətinin yüksəldilməsində əsas amildir [5, s.6]. Riyaziyyat dərslərini elə qurmaq lazımdır ki, şagirdlər dərslə müstəqil olaraq yeni biliklər əldə etsin. Yalnız bu halda onlar fənnə maraq göstərəcək və dərslə həvəslə gözləyəcəklər. Bundan əlavə olaraq, şagirdlərin dərslə passiv, həvəssiz, zəif olma səbəblərindən biri də onların yorğunluğu ola bilər. Məsələn təlim yükünün həddindən çox olması, ağır olması həmişə eyni tərzdə olması şagirdləri yoran, dərslə keyfiyyətini aşağı salan səbəblərdəndir ki, bu kimi hallara yol verən, dərslərində həmişə eyni üsuldən, eyni tərzdən istifadə edən müəllimlər az deyil. Xüsusən riyaziyyat dərslərini əyləncəli etmək, tapşırıqları oyun şəklinə qurmaq, dərslə müsbət emosiyalar yaratmaq lazımdır ki, həm şagird dərslədən yararlanma bilsin, həm də növbəti dərslə həvəslə gözləsin.

Riyaziyyat fənninin xarakterinə uyğun yeni təlim texnologiyalarının seçilməsi şagirdlərdə riyaziyyatı öyrənmə istəyi formalaşdırır. Mərhum professor Oruc Həsənlı yazır: *“Təlimin forma və məzmunu elə seçilməlidir ki, o, şagirdləri düşündürməyə, özünü dərk etməyə, yaradıcı fəaliyyətə stimullaşdırsın.*



*Tədqiqatçılıq və ya “problemlə təlim” metodu gerçəkliyin kəşfi və dərk edilməsinə yönəlmiş təbii təfəkkür prosesi ilə eyniyyət təşkil etdiyindən yaradıcı təlim metodikasının əsasını təşkil edir” [3, s.218].*

Təlim texnologiyası elə seçilməlidir ki, müəllim və şagird öyrənmə prosesində əməkdaşlıq qura və hər ikisi müsbət nəticə əldə edə bilsin. Fikrimizcə, bu, təlim prosesinin əsasını təşkil edir. Hər bir dərslərin, fənnin öz mövzusunə aid texnologiyası var. Yəni təlim prosesindəki pedaqoji texnologiya şagirdin ehtiyaclarından asılı olan, əvvəlcədən hazırlanmış və zamanətli nəticələrin verilməsinə yönəlmiş pedaqoji prosesdir [9, s.19]. Pedaqoji texnologiya dedikdə qarşıya qoyulmuş məqsədə uyğun olaraq bilik, bacarıq vərdiş və münasibətləri formalaşdırmaq və onlara nəzarəti həyata keçirmək üçün əməliyyatlar kompleksi başa düşülür.

Ümumiyyətlə, pedaqoji texnologiyaların təsnifi aşağıdakı kimi aparılır:

1. Təlim texnologiyası – bilik, bacarıq və vərdişləri formalaşdırmaq üçün həyata keçirilən əməliyyatlar kimi başa düşülür.
2. Tərbiyə texnologiyası – nisbi, sabit və müntəzəm olaraq ümumiləşən münasibətlərin, məqsədyönlü formalaşdırılması üçün əməliyyatlar komplektidir.
3. İnkişaf texnologiyası – təlim və təhsil-tərbiyə texnologiyası ilə əlaqədardır.
4. Diaqnostika texnologiyası – pedaqoq və psixoloqların uşaqların məktəbə hazırlıqlarını diaqnostlaşdırmalarıdır [7, s.18].

Yeni təlim texnologiyaları ənənəvi təlim metodlarına nisbətən şagirdlərin yardıqlıq qabiliyyətinin inkişaf etməsinə real şərait və imkan yaradır [2, s.20]. Təlim texnologiyalardan düzgün və yerində istifadə edildikdə şagirdlərin həm müəllimlə, həm də şagirdlərlə əməkdaşlıq qura, müstəqil işləyə bilmələri, araşdırma və tədqiqatçılıq qabiliyyətlərinin inkişaf etdirmələri, öz nəticələrini qiymətləndirmələri üçün şərait yaranacaqdır.

Təlim texnologiyaları ilə bağlı məsələlər, yaranan problemlər bir sıra tədqiqatçıları düşündürmüşdür. Bu səbəblə də bu məsələ ilə bağlı bir sıra tədqiqatlar aparılmışdır. Aparılan tədqiqat işlərində göstərilmişdir ki, uyğun təlim texnologiyalarının tətbiqi ilə aparılan dərslər, mənimsədilən mövzular şagirdlərin təfəkkürünü inkişaf etdirir, qarşılaşdıqları problemə müxtəlif cür yanaşma bacarığı formalaşdırır, məsələlərin müxtəlif həll variantları arasında müqayisə apararaq daha əlverişli variant seçmə bacarığı aşılayır.

## ƏDƏBİYYAT

1. Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulumu) (I-XI siniflər) / [Elektron resurs] / Bakı: 2013. URL:[https://www.arti.edu.az/nodupload/editor/files/3\\_Riyaziyyat-Kurikulum.pdf](https://www.arti.edu.az/nodupload/editor/files/3_Riyaziyyat-Kurikulum.pdf)
2. Bədiyev, S.R. Şagirdlərin yaradıqlıq qabiliyyətinin inkişaf etdirilməsində yeni təlim texnologiyalarından istifadə: / pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru dissertasiyanın avtoreferatı. / Bakı: 2008. 26 s.
3. Həsənlı, O.Q. Təhsilin müasir psixoloji problemləri / O.Q. Həsənlı. Naxçıvan: Əcəmi, 2017. 416 s.
4. İbrahimov F.N. Pedaqogika. Dərslık: [2 cildə] / F.N. İbrahimov, R.L. Hüseynzadə. Bakı: Mütərcim, c.2. 2013. 548 s.
5. Quliyev, Ə.A. Riyaziyyatın məsələ vasitəsilə təkrarı / Ə.R. Quliyev. Bakı: Elm, 2011. 88 s.
6. Mahmudov, M.C. Ali texniki məktəblərdə “Funksional sırlar və Furiye sıralarının tədrisində kontrmisallardan istifadə” / M.C. Mahmudov., N.İ. Şıxəliyev., Ü.M. Məmmədova // Azərbaycan Respublikasının təhsil İnstitutu, Elmi əsərlər, Bakı: 2018, cild 85, №6 (126), s. 125-132.
7. Nəzərov, A.M. Müasir təlim texnologiyaları. Dərs vəsaiti / A.M. Nəzərov. Bakı: ADPU-nəşriyyatı, 2012. 103 s.
8. Tahirov, B.Ö. Riyaziyyatın tədrisi üsulları / B.Ö. Tahirov, F.M. Namazov, S.N. Əfəndi, [və b] Bakı: Elm, 2007, 254 s.
9. Ganiev, S.S. New pedagogical technologies to increase educational efficiency of physics // Актуальные научные исследования в современном мире, Одеса: – 2021, 19 март, выпуск 3(71) часть 6, с. 14-20

## OSSİLLATOR SİSTEMİN HƏRƏKƏT TƏNLIYİNİN DİSKRET HALINDA HƏLLİ

### Giriş

Tutaq ki, obyektin hərəkət tənliyi kəsr tərtib xətti adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsi ilə təsvir olunmuşdur:

$$m \cdot y''(x) + \cdot D^\alpha y(x) + by(x) = f(x), \quad x > 0, \quad \alpha \in (1,2), \quad (1)$$

$$\begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(0) = y_{10}, \end{cases} \quad (2)$$

$\frac{1}{m} = \varepsilon$  əvəzləməsi etsək və tənliyimizə (2)-(3) şəklinə düşəcəkdir .

$$y''(x) + \varepsilon \cdot a D^\alpha y(x) + \varepsilon \cdot by(x) = \varepsilon \cdot f(x), \quad x > 0, \quad \alpha \in (1,2), \quad (3)$$

burada  $a, b$  və  $y_{10}$ - həqiqi sabit ədədlər,  $\varepsilon > 0$ -kiçik parametrlər,  $\alpha \in (1,2)$ ,  $f(x)$  –kəsilməz həqiqi funksiya,  $y(x)$ -axtarılan funksiya.

(2)-(3) Koşi məsələsini ikinci növ Volterra tənliyinə gətirilir.

$$y''(x) + \int_0^x K_\alpha(x-t)y''(t) dt = F(x), \quad x > 0, \quad (4)$$

burada

$$K_\alpha(x-t) = \varepsilon \left\{ a \frac{(x-t)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x-t) \right\}, \quad (5)$$

$$F(x) = \varepsilon \left\{ f(x) - \left[ a \frac{x^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + bx \right] y_{10} \right\}. \quad (6)$$

2. Diskretləşdirmə:

Fərz etsək ki,  $y(x) = y_n, F(x) = F_n$

$$y''(x) \approx \frac{y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n}{h^2} \quad (7)$$

istifadə edərək (4) tənliyi aşağıdakı fərqlər tənliyinə gətirilir:

$$\frac{y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n}{h^2} + h \sum_{k=0}^{n-1} K_\alpha(x_n - x_k) \frac{y_{k+2} - 2y_{k+1} + y_k}{h^2} = F_n, \quad n \geq 0,$$

və ya

$$y_{n+2} = 2y_{n+1} - y_n - h\varepsilon \sum_{k=0}^{n-1} \left[ a \frac{(x_n - x_k)^{(1-\alpha)}}{(1-\alpha)!} + b(x_n - x_k) \right] (y_{k+2} - 2y_{k+1} + y_k) + h^2 \varepsilon \left\{ f_n - \left[ a \frac{x_n^{(1-\alpha)}}{(1-\alpha)!} + bx_n \right] y_{10} \right\}, \quad n \geq 0 \quad (8)$$

Aşağıdakı halları nəzərdən keçirsək:

$n$ -nin müxtəlif qiymətlərində (8) tənliyini araşdıraraq

$n+2=2k$  olarsa:

$$y_{2k} = 2y_{2k-1} - y_{2k-2} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-3} \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_m)^{(1-\alpha)}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_m) \right] (y_{m+2} - 2y_{m+1} + y_m) + h^2 \varepsilon \left\{ f_{2k-2} - \left[ a \frac{x_{2k-2}^{(1-\alpha)}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-2} \right] y_{10} \right\} \quad k \geq 1$$

$n+2=2k+1$  olarsa:

$$y_{2k+1} = 2y_{2k} - y_{2k-1} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-2} \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_m)^{(1-\alpha)}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_m) \right] (y_{m+2} - 2y_{m+1} + y_m) + h^2 \varepsilon \left\{ f_{2k-1} - \left[ a \frac{x_{2k-1}^{(1-\alpha)}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-1} \right] y_{10} \right\} \quad k \geq 1$$

və ya

$$y_{2k} = \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_{2k-3})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_{2k-3}) \right] y_{2k-1} \right\} + \left\{ -1 - 2h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_{2k-3})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_{2k-3}) \right] - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_{2k-4})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_{2k-4}) \right] \right\} y_{2k-2} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-5} \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_m) \right] y_{m+2} + 2h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-4} \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2}-x_m) \right] y_{m+1} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-3} \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_m) \right] y_m + h^2 \varepsilon \left\{ f_{2k-2} - \left[ a \frac{x_{2k-2}^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-2} \right] y_{10} \right\}, \quad k \geq 1 \quad (9)$$

$$y_{2k+1} = \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] y_{2k} \right\} + \left\{ -1 - 2h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-3})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-3}) \right] \right\} y_{2k-1} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-4} \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_m) \right] y_{m+2} + 2h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-3} \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1}-x_m) \right] y_{m+1} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-2} \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_m) \right] y_m + h^2 \varepsilon \left\{ f_{2k-1} - \left[ a \frac{x_{2k-1}^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-1} \right] y_{10} \right\} \quad k \geq 1 \quad (10)$$

$$W_k = \begin{pmatrix} y_{2k} \\ y_{2k+1} \end{pmatrix} \quad k \geq 0 \quad (11)$$

əvəzləməsi apararaq.(9) u (10) cəbri tənliklər sistemi  $W_k$  –da yığılmışdır.

(10)-da müəyyən çevrilmələr apardıqdan sonra alarıq:

$$y_{2k+1} = \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] \right\} \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_{2k-3})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_{2k-3}) \right] \right\} y_{2k-1} + \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] \right\} \left\{ -1 + 2h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_{2k-3})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_{2k-3}) \right] - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_{2k-4})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_{2k-4}) \right] \right\} y_{2k-2} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-5} \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_m) \right] \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] \right\} y_{m+2} + 2h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-4} \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_m) \right] \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] \right\} y_{m+1} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-3} \left[ a \frac{(x_{2k-2}-x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_m) \right] \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] \right\} y_m + h^2 \varepsilon \left\{ f_{2k-2} - \left[ a \frac{x_{2k-2}^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-2} \right] y_{10} \right\} \left\{ 2 - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] \right\} + \left\{ 1 + 2h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1}-x_{2k-2})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \right] \right\} y_{10}$$

$$\begin{aligned}
 & b(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \Big] - h\varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-1} - x_{2k-3})^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_{2k-3}) \right] \Big\} y_{2k-1} - \\
 & h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-4} \left[ a \frac{(x_{2k-1} - x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_m) \right] y_{m+2} + 2h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-3} \left[ a \frac{(x_{2k-1} - x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - \right. \\
 & \left. x_m) \right] y_{m+1} - h\varepsilon \sum_{m=0}^{2k-2} \left[ a \frac{(x_{2k-1} - x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-1} - x_m) \right] y_m + h^2 \varepsilon \left\{ f_{2k-1} - \left[ a \frac{x_{2k-1}^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + \right. \right. \\
 & \left. \left. bx_{2k-1} \right] y_{10} \right\} \quad k \geq 1 \tag{12}
 \end{aligned}$$

$$K_\alpha(x_{2k-2} - x_m) = \varepsilon \left[ a \frac{(x_{2k-2} - x_m)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + b(x_{2k-2} - x_m) \right] \tag{13}$$

$$F_{2k-1}(\varepsilon) = \varepsilon \left\{ f_{2k-1} - \left[ a \frac{x_{2k-1}^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-1} \right] y_{10} \right\} \tag{14}$$

əvəz etsək (9) və (12) aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$\begin{aligned}
 y_{2k} = \{ & 2 - hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) \} y_{2k-1} + \{ -1 - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) - hK_\alpha(x_{2k-2} - \\
 & x_{2k-4}) \} y_{2k-2} - h \sum_{m=2}^{2k-3} [K_\alpha(x_{2k-2} - x_{m-2}) - 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{m-1}) + K_\alpha(x_{2k-2} - x_m)] y_m + \\
 & 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_0) y_1 - hK_\alpha(x_{2k-2} - x_0) y_0 - hK_\alpha(x_{2k-2} - x_1) y_1 + h^2 F_{2k-1}(\varepsilon) \quad k \geq 1 \\
 & \tag{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_{2k+1} = \{ & 4 - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) - 2hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \} y_{2k-1} + \{ -2 + 4hK_\alpha(x_{2k-2} - \\
 & x_{2k-3}) - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-4}) + hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \} y_{2k-2} + 4hK_\alpha(x_{2k-2} - x_0) y_1 - \\
 & 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_0) y_0 - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_1) y_1 + 2h^2 F_{2k-2}(\varepsilon) + \{ -1 + 2hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-2}) - \\
 & hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \} y_{2k-1} - h \sum_{m=2}^{2k-2} [K_\alpha(x_{2k-1} - x_{2m-2}) - 2K_\alpha(x_{2k-1} - x_{m-1}) + K_\alpha(x_{2k-1} - \\
 & x_m)] y_m + 2hK_\alpha(x_{2k-1} - x_0) y_1 - hK_\alpha(x_{2k-1} - x_0) y_0 - hK_\alpha(x_{2k-1} - x_1) y_1 + h^2 F_{2k-1}(\varepsilon) \quad k \geq 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_{2k+1} = \{ & 3 - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) - hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-2}) \} y_{2k-1} + y_{2k-1} + \{ -2 + \\
 & 4hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-4}) - hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-4}) + 2hK_\alpha(x_{2k-1} - \\
 & x_{2k-3}) \} y_{2k-2} - h \sum_{m=2}^{2k-3} [2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{m-2}) - 4K_\alpha(x_{2k-2} - x_{m-1}) + 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_m) + \\
 & K_\alpha(x_{2k-1} - x_{m-2}) - 2K_\alpha(x_{2k-1} - x_{m-1}) + K_\alpha(x_{2k-1} - x_m)] y_m + h[4K_\alpha(x_{2k-2} - x_0) - \\
 & 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_1) + 2K_\alpha(x_{2k-1} - x_0) - K_\alpha(x_{2k-1} - x_1)] y_1 - h[2K_\alpha(x_{2k-2} - x_0) + K_\alpha(x_{2k-1} - \\
 & x_0)] y_0 + 2h^2 F_{2k-2}(\varepsilon) + h^2 F_{2k-1}(\varepsilon) \\
 & k \geq 1 \tag{16}
 \end{aligned}$$

Bunları (11)-də nəzərə alsaq

$$W_k = A^{(k-1)}(\varepsilon) W_{k-1} + \sum_{j=0}^{k-2} A^{(j)}(\varepsilon) W_j + h^2 \widetilde{F_k}(\varepsilon), \quad k \geq 1 \tag{17}$$

Burada:

$$A^{(j)}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} A_{11}^{(j)}(\varepsilon) & A_{12}^{(j)}(\varepsilon) \\ A_{21}^{(j)}(\varepsilon) & A_{22}^{(j)}(\varepsilon) \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$A_{11}^{(k-1)}(\varepsilon) = -1 + 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) - hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-4}), \tag{19}$$

$$A_{12}^{(k-1)}(\varepsilon) = 2 - hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}), \tag{20}$$

$$A_{21}^{(k-1)}(\varepsilon) = 2 + 4hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-4}) - hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-4}) + 2hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-3}), \tag{21}$$

$$A_{22}^{(k-1)}(\varepsilon) = 3 - 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_{2k-3}) - hK_\alpha(x_{2k-1} - x_{2k-3}) \tag{22}$$

$$A_{11}^{(j)}(\varepsilon) = -h[K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j-2}) - 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j-1}) + K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j})], \quad j = \overline{1, k-2}, \tag{23}$$

$$A_{12}^{(k)}(\varepsilon) = -h \left[ K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j-1}) - 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j}) + K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j+1}) \right] \quad j = \overline{1, k-2}, \quad (24)$$

$$A_{21}^{(k)}(\varepsilon) = -h \left[ 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j-2}) - 4K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j-1}) + 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j}) + K_\alpha(x_{2k-1} - x_{2j-2}) - 2K_\alpha(x_{2k-1} - x_{2j-1}) + K_\alpha(x_{2k-1} - x_{2j}) \right] \\ j = \overline{1, k-2}, \quad (25)$$

$$A_{22}^{(k)}(\varepsilon) = -h \left[ 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j-1}) - 4K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j}) + 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_{2j+1}) + K_\alpha(x_{2k-1} - x_{2j-1}) - 2K_\alpha(x_{2k-1} - x_{2j}) + K_\alpha(x_{2k-1} - x_{2j+1}) \right] \\ j = \overline{1, k-2}, \quad (26)$$

$$A_{11}^{(0)}(\varepsilon) = -hK_\alpha(x_{2k-2} - x_0), \quad (27)$$

$$A_{12}^{(0)}(\varepsilon) = 2hK_\alpha(x_{2k-2} - x_0) - hK_\alpha(x_{2k-2} - x_1), \quad (28)$$

$$A_{21}^{(0)}(\varepsilon) = -h \left[ 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_0) + K_\alpha(x_{2k-1} - x_0) \right], \quad (29)$$

$$A_{22}^{(0)}(\varepsilon) = h \left[ 4K_\alpha(x_{2k-2} - x_0) - 2K_\alpha(x_{2k-2} - x_1) + 2hK_\alpha(x_{2k-1} - x_0) - K_\alpha(x_{2k-1} - x_1) \right] \quad (30)$$

$$\widetilde{F}_k(\varepsilon) = (\widetilde{F}_{k1}(\varepsilon), \widetilde{F}_{k2}(\varepsilon)) \quad (31)$$

$$\widetilde{F}_{k1}(\varepsilon) = F_{2k-1}(\varepsilon) = \varepsilon \left\{ f_{2k-1} - \left[ a \frac{x_{2k-1}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-1} \right] y_{10} \right\} \quad (32)$$

$$\widetilde{F}_{k2}(\varepsilon) = 2F_{2k-2}(\varepsilon) + F_{2k-1}(\varepsilon) = 2\varepsilon \left\{ f_{2k-2} - \left[ a \frac{x_{2k-2}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-2} \right] y_{10} \right\} + \\ + \varepsilon \left\{ f_{2k-1} - \left[ a \frac{x_{2k-1}}{(1-\alpha)!} + bx_{2k-1} \right] y_{10} \right\} \quad (33)$$

**Nəticə:** Beləliklə, (1) tənliyi ilə təyin olunan və maye damperdə hərəkət edən, (2) başlanğıc şərti olan ossilyator sistemlərinin hərəkət tənliyinin həllini (17) halına gətirdik.

LİTERATURA

1. Aliev F. A., Abbasov A. N., Mutallimov M. M. Algorithm for solution of the problem of optimization of the energy expenses at the exploitation of chinks by subsurface - pump installations, *Appl. Comput. Math.*, 2004, V.3, N.1., pp. 2-9.
2. Aliev F.A., Aliev N.A., Safarova N.A., Gasimova K.G., Velieva N.I. Solution of linear fractional-derivative ordinary differential equations with constant matrix. *Appl.Comp.Math*, 2018, V.17,N.3, pp.317-322
3. Aliev F.A., Aliev N.A., Mutallimov M.M., Namazov A.A. Identification method for defining the order of the fractional derivative oscillatory system *Proceedings of IAM*, 2019 ,V.8, N.1, , pp. 3-13. (in Russian).
4. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A. Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing, *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, 2015, V.23, N.5, pp.511–518.
5. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Rajabov M.F. Algorithm for calculating the parameters of formation of gas-liquid mixture in the shoe of gas lift well, *App. Comp. Math.*, 2016,V.15, pp.370-376.
6. Aliev N.A., Velieva N.I., Rasulzada A.F., Gasimova K.G. метод дискретизации уравнений движения Колебательной системы с жидким демпфером, *Proceedings of IAM*, 2019 ,V.8, N.2, с. 211-228.
7. Расулзаде А.Ф. , Алиев Н.А. , Велиева Н.И., Алгоритм определения дробных производных для дискретизированных колебательных систем с жидкими демпферами
8. Miller K.S., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations, New York: Wiley, 1993, 336 p.
9. Bonilla B., Rivero M., Trujillo J.J. On systems of linear fractional differential equations with constant coefficients, *Appl. Math. Comput.*, 2007, V.187, pp.68-78
10. Himmelblau D.M. Applied Nonlinear Programming, New-York, Craw-Hill Book Company, 1972, 536 p.
11. Lavrent'ev M.M., Romanov V.G., Vasil'ev V.G. Multidimensional Inverse Problems for Differential Equations, Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 1970, V.167, Berlin, Heidelberg, New York.67 p.
12. Monje C.A., Chen Y.Q, Vinagre B.M, Xue D., Feliu V. Fractional –Order Systems and Controls Fundamentals and Applications, Springer, London, 2010, 414 p.
13. Odibat Zaid M. Analytic study on linear systems of fractional differential equations, *Computers and Mathematics with Applications*, V.59, 2010, pp.1171-1183.
14. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики, ГИФМЛ, Москва 1963, сс.118-119.
15. Samko S.G, Kilbas A.A., Marichev O.I. Fractional integrals and derivatives: Theory and applications, Gordon and Breach Science publishers, Yverdon, Switzerland, 1993, 780 p.
16. Shokri A, Ramos H, Mehdizadeh Khalsaraei M, Aliev F.A., Bohner M Fourth derivative singularly P-stable method for the numerical solution of the Schrödinger equation *Advances in Difference Equations* 2021 (1), pp.1-16
17. Петровски И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. М.: "Наука", 1965, 128 с.
18. Муталлимов М.М., Алиев Ф.А. Методы решения задач оптимизации при эксплуатации нефтяных скважин, Saarbrücken (Deutschland), LAP LAMBERT, 2012, 164 с.

## QEYRİ-DİVERGENT CIRLAŞAN QEYRİ-XƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİKLƏRİN HƏLLƏRİ ÜÇÜN HÖLDER QIYMƏTLƏNDİRMƏLƏRİ

### 1. Giriş

Hər hansı  $2r, r \geq 1$  radiuslu  $B_{2r} \subset R^n$  kürəsində

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, u(x), Du(x)) D^2 u(x) + f(x, u, Du(x)) = 0, \quad (1.1)$$

qeyri-divergent qeyri-xətti elliptik tənliyin  $C(\bar{B}_{2r}) \cap W_{loc}^{2,n}(B_{2r})$ -dan olan həllərinə baxaq. Burada  $a_{ij} = a_{ji}$ , yəni  $A(x, y, p)$   $m \times n$  ölçülü simmetrik matrislərdir və  $\forall y \in R, \forall x, p, \xi \in R^n$  üçün elə  $\Lambda \geq 1, k > 1$  sabitləri var ki,

$$\begin{cases} \Lambda^{-1} \lambda(p) \omega(x) |\xi|^2 \leq (\xi, A(x, y, p) \xi) \leq \Lambda \lambda(p) \omega(x) |\xi|^2 \\ f(x, y, p) \leq \frac{1}{k} \Lambda (1 + \lambda(p)) (1 + |p|) \end{cases} \quad (1.2)$$

şərtləri ödənilir.  $\lambda: R^n \rightarrow R_+$  təsir edən elə kəsilməz inikasdır ki,  $\lambda_0$  və  $M > 0$  üçün  $|z| \geq M$  olduqda  $\lambda(z) \geq \lambda_0$  olur.  $\omega(x)$   $A_p$ -Makenxoupt sinfindən olan çəki funksiyasıdır.  $1 < p < \infty$  olduqda  $\omega: R^n \rightarrow [0, \infty)$  təsir edən çəki o zaman  $A_p$  sinfinə daxildir ki,  $\omega(x)$  lokal inteqrallanan olsun və elə  $C$  sabiti olsun ki, ixtiyari  $B \subset R^n$  kürəsi üçün

$$\left( \frac{1}{|B|} \int_B \omega(x) dx \right) \left( \frac{1}{|B|} \int_B \omega^{-\frac{q}{p}}(x) dx \right)^{\frac{p}{q}} \leq C < \infty$$

şərti ödənilsin. Burada  $|B|$  -  $B$  - kürəsinin Lebeq ölçüsü,  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ -dir.  $C(\bar{B}_{2r})$  -  $\bar{B}_{2r}$  - kürəsində

kəsilməz funksiyalar çoxluğu,  $W_{loc}^{2,n}(B_{2r})$  isə ikinci tərtib törəmələri  $n$ -tərtibdən lokal inteqrallanan Sobolev fəzasıdır.

Fərz edək ki,  $u: \bar{B}_{2r} \rightarrow R$  (1.1) tənliyinin məhdud və kəsilməz həllidir.

Divergent tipli tənliklər üçün həllin Hölder qiymətləndirmələri ilk dəfə De Giorgi və Nash (bax [2, 3]) tərəfindən alınmışdır. [4, 5] məqalələrində Krylov və Sofonov tərəfindən uyğun nəticələr qeyri-divergent tənliklər üçün əldə edilmişdir.

Serrin [6], Ladyzhenskaya, Uraltseva [7], De Giorgi və Nashin qiymətləndirmələrini divergent tipli kvazixətti elliptik tənliklər üçün almışlar.

Bu məqalədə yuxarıda sadalanan uyğun nəticələr qeyri-divergent cırlaşan qeyri-xətti elliptik tənliklərə köçürülmüşdür.

Aldığımız nəticələr aşağıdakı şəkildə qeyri-divergent elliptik tənliklər üçün alınmışdır.

$$\|Du\|^{p-2} \omega(x) \cdot \sum_{i,j=1}^n [I_n + (p-2)(|Du|^{-2} \cdot Du) D^2 u],$$

burada  $I_n$  -ölçüsü  $n$  olan vahid matrisdir. Bu nəticələr əvvəlki nəticələrin genişləndirilməsidir.

Nəticəni almaq üçün ehtimal nəzəriyyəsinə, stoxastik diferensial tənliklərdən istifadə edirik və onlar üçün aldığımız nəticələri tətbiq edirik.

### ƏDƏBİYYAT

1. Canillo S., Weden R. weighted poincare and Soboler inequalities. *Nonlinear Analysis*, 107, pp.1151-1226.
2. De Giorgi E. Sulla differenziabilita e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari. *Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. mat. Natur.* 3(1957), pp. 25-43.
3. Nash J. Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations. *Amer. J. Math.* 80(1958), 931-954.
4. Krylov N., Safanov M. An estimate for the probability of a diffusion process hitting a set of positive measure. *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* 245(1979), 18-20.
5. Krylov N., Safonov M. A property of the solutions of parabolic equations with measurable coefficients. *Izv. Akad. nauk SSSR. Ser. Mat.* 44(1980), 161-175.
6. Serrin J. local behavior of solutions of quasilinear equations. *Acta Math.* 111(1964), 247-302.
7. Ladyzhenskaya O., Uraltseva N., Solonnikov V. *Linear and quasilinear equations of parabolic type.* Amer. Math. Society, Providence, R.I. 1967.
8. Gilbarg P., Trudinger N. *Elliptic partial differential equations of second order.* Springer-Verlag, Berlin, 1983.



**MƏMMƏD RƏCƏBOV**  
*memmedrecebov@yahoo.com*  
**HEYDƏR ƏHMƏDOV**  
*heyderehmedov@mail.ru*  
*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

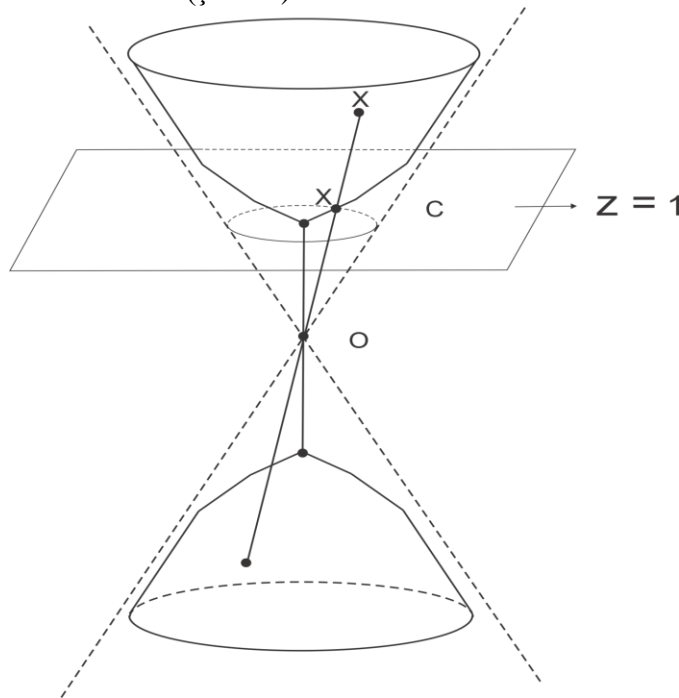
## **LOBAÇEVSKİ MÜSTƏVİSİNİN PROYEKTİV VƏ KONFORM İNTERPRETASIYALARI**

### **1. Lobaçevski müstəvisinin Beltrami-Kleyn proyektiv interpretasiyası**

Beltrami-Kleyn interpretasiyasını almaq üçün xəyali radiuslu S sferasını

$$x^2 + y^2 - z^2 = -1 \quad (1)$$

onun (0;0;0) mərkəzindən toxunan müstəviyə proyektəndirmək olar, məsələn,  $z = 1$  müstəvisi sferaya onun şimal qütbündə toxunur (şəkil 1).



**Şəkil-1.**

Bu Lobaçevski müstəvisini  $z=1$  müstəvisinə proyektəndirdikdə bu müstəvi həmin müstəvi üzərindəki

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (2)$$

çevrəsinin daxili ilə, Lobaçevski müstəvisinin sonsuz uzaqlaşmış nöqtələri isə bu C çevrəsinin nöqtələri ilə təsvir olunur [2, səh. 121-122].

Bu təsvirdə Lobaçevski müstəvisinin düz xətləri evklid müstəvisində çevrənin vətərləri ilə, Lobaçevski müstəvisinin hərəkəti isə dairəni özünə çevirən proyektiv çevirmə ilə ifadə olunur ki, bu modelproyektivinterpretasiya adlanır.

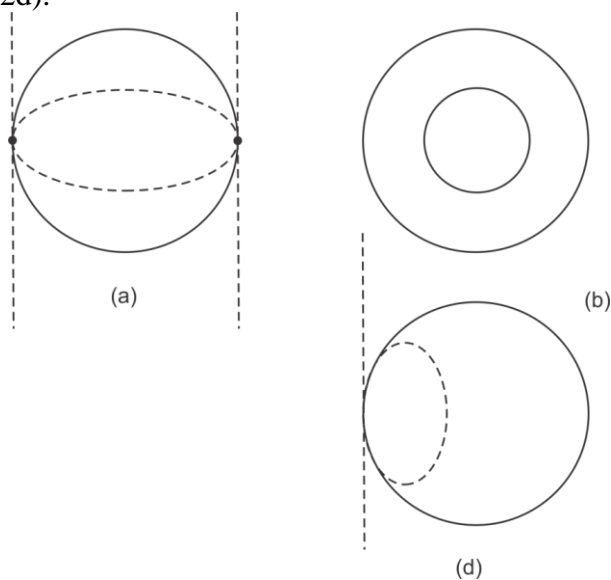
Lobaçevski müstəvisində çevrə, ekvidistanta və orisikl proyektiv interpretasiya zamanı C çevrəsinə homoloji olaraq ellipslərlə təsvir olunur. Çevrələr halında homologiyanın mərkəzi nöqtə olur və həmin nöqtə çevrənin mərkəzi ilə təsvir olunur, homologiyanın oxu isə bu nöqtənin polyası olur. Ekvidistanta halında homologiyanın oxu düz xətt olur və həmin düz xətt ekvidistantanın bazası ilə təsvir olunur, homologiyanın mərkəzi-bu düz xəttin polyusu olur.

Orisikl halında homologiyanın mərkəzi C çevrəsinin nöqtəsi olur və orisiklin sonsuz uzaqlaşmış nöqtəsi ilə təsvir olunur (4, səh. 24-28).

Ekvidistantanı təsvir edən ellipslər çevrəyə iki həqiqi nöqtədə toxunur, bu həqiqi nöqtələr ekvidistanta bazasının sonsuz uzaqlaşdırılmış nöqtəsini ifadə edir (Şəkil 2a).

Çevrəni ifadə edən ellipslər C çevrəsinə iki xəyali qoşma nöqtədə toxunur- bu qoşma nöqtələr C çevrəsinin polyar nöqtə ilə kəsişmə nöqtəsidir və bu polyar nöqtə mərkəzi ifadə edir (Şəkil 2b).

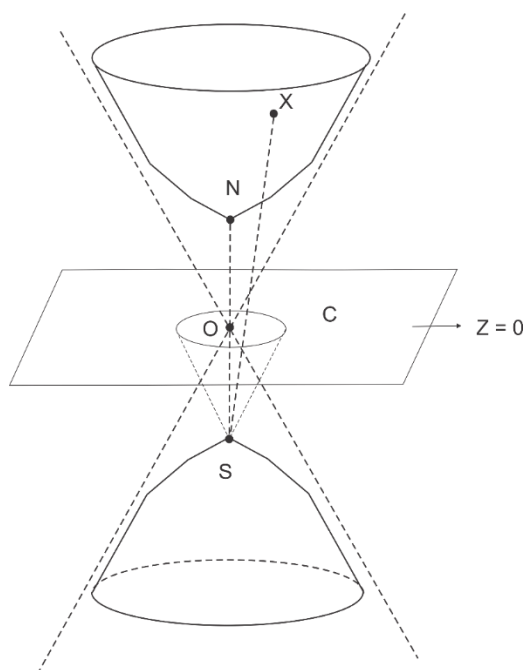
Ellipslər hansı ki, oriskl təsvir edir, C-çevrəsinə bir nöqtədə toxunur və 4 nöqtənin birləşməsi kimi görsənir (Şəkil 2d).



Şəkil-2

## 2.Lobaçevski müstəvisinin Puankare Konform interpretasiyası

Puankare interpretasiyasını almaq üçün (1) tənliyi ilə verilmiş S xəyali radiuslu sferanı onun Cənub qütbündən  $z = 0$  ekvatorial müstəvi üzərinə proyektəndirmək lazımdır (Şəkil 3). Bu proyektəndirmədə sferanın yuxarı hissəsi  $z = 0$  müstəvisində (2) tənliyi ilə ifadə olunan C- çevrəsinə nəzərən daxili oblastda, sferanın aşağı hissəsi isə bu çevrəyə nəzərən xarici oblasta keçər. Sonsuz uzaqlaşdırılmış nöqtələr isə C çevrəsinin nöqtələri ilə təsvir edilir [2, səh. 190].

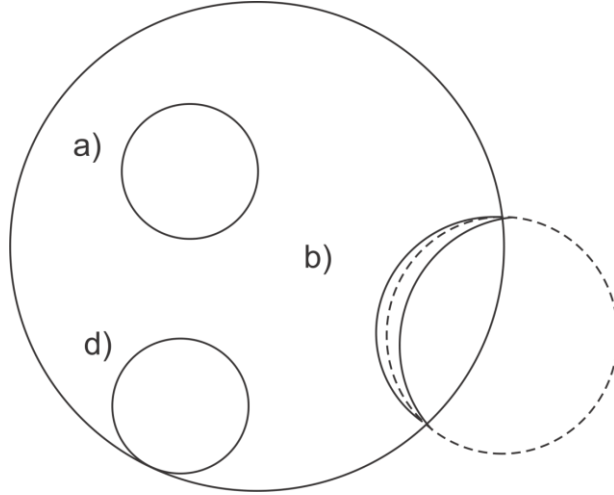


Şəkil-3

Lobaçevski müstəvisinin düz xətləri bu təsvirdə C çevrəsinə ortoqanalçevrələrlə və yaxud düz xətlərlə ifadə olunur. Lobaçevski müstəvisinin hərəkəti isə dairəni özünə çevirən dairəvi çevirmə ilə təsvir olunur (məs.  $z \cdot z = 1$ ).

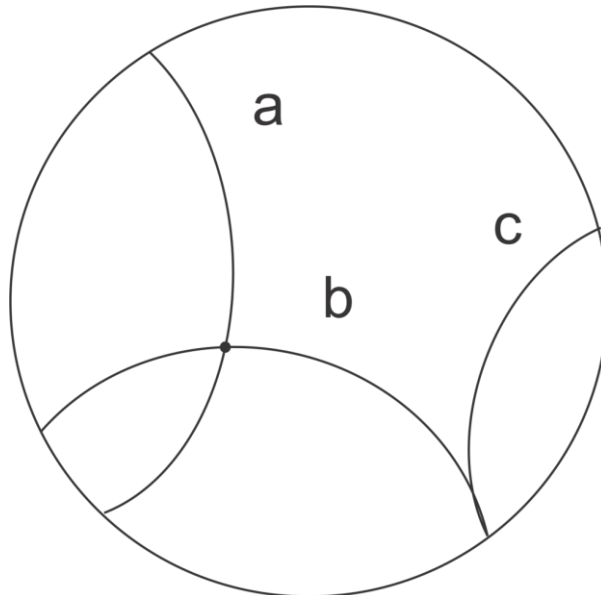
Bu interpretasiyada iki əyri arasındakı bucaq dəyişmədiyindən, belə interpretasiya konform interpretasiya adlanır .

Lobaçevski müstəvisinin konform interpretasiyası zamanı çevrə, ekvidistanta və orisikl obrazları çevrələrlə və ya C çevrəsi ilə kəsişməyən düz xətlərlə və yaxud bu çevrə ilə düz bucaqdan fərqli bucaq altında kəsişən düz xətlərlə təsvir olunur, həm də bu təsvirlərdə çevrələr –C çevrəsi ilə heç bir ümumi nöqtəsi olmayan çevrələrlə, orisikllər – + C çevrəsinə toxunan çevrələrlə, ekvidistantalar isə - C çevrəsi ilə iki nöqtədə kəsişən çevrələrlə və ya düz xətlərlə təsvir olunur. (Şəkil 4)



**Şəkil-4**

Lobaçevski müstəvisinin Puankare interpretasiyası zamanı kəsişən (a və b), aralanan (a və c) və paralel (b və c) düz xətləri aşağıdakı kimi təsvir olunur.

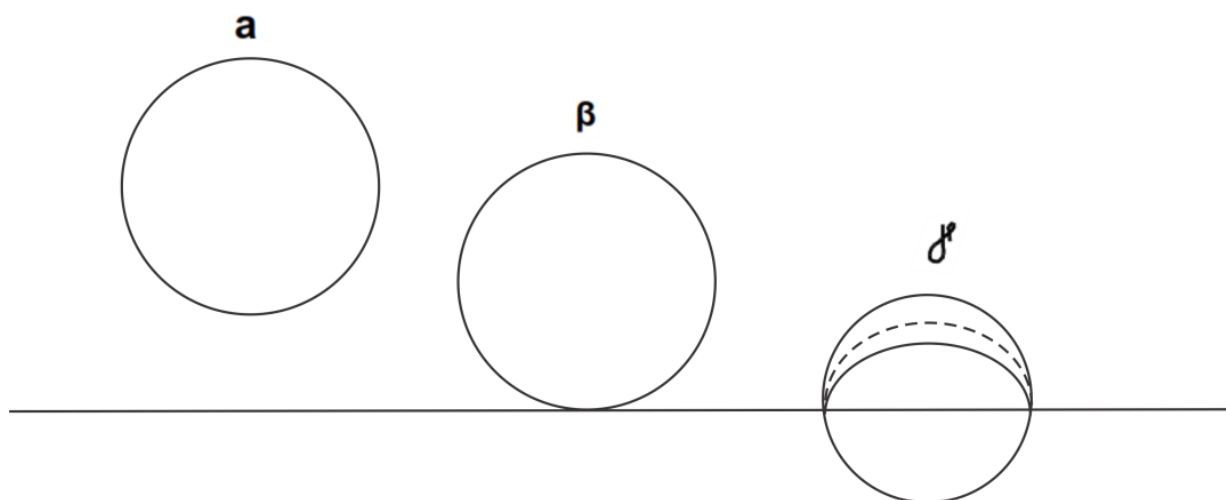


**Şəkil-5**

Qeyd etmək lazımdır ki, Puankare öz interpretasiyasının başqa şəkildə də izahını vermişdir ki, bu izahda dairə rolunu kompleks müstəvinin yuxarı yarımhissəsi, çevrə rolunu isə bu müstəvinin həqiqi oxu ifadə edir.

Bu interpretasiyada Lobaçevski düz xətləri mərkəzi bu həqiqi ox üzərində olan

yarımçevrələrlə, çevrələr, orisikllər və ekvidistantalar isə uyğun olaraq, həqiqi oxla kəsişməyən ( $\alpha$ ), ona toxunan ( $\beta$ ) və bu oxla düz bucaqdan fərqli bucaq altında kəsişən (əgər çevrə həqiqi oxu düz bucaq altında kəsərsə, o düz xətti təsvir edər) çevrələrlə təsvir edilir. (Şəkil 6)

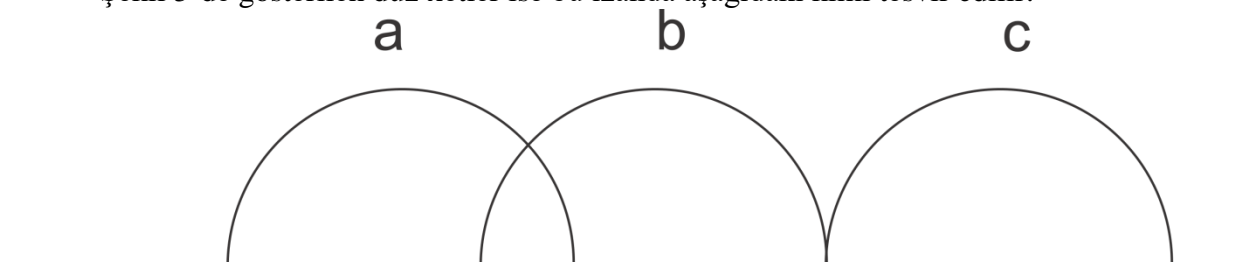


**Şəkil-6**

Bu halda Lobaçevski müstəvisinin hərəkəti kəsir-xətti funksiya ilə təsvir edilir.

( məs.  $\omega = \frac{az+b}{cz+d}$ , burada a,b,c,d həqiqi ədədlərdir).

Şəkil 5-də göstərilən düz xətlər isə bu izahda aşağıdakı kimi təsvir edilir:



**Şəkil-7**

### ƏDƏBİYYAT

1. Б.А.Рогенфельд. Неевклидовы геометрии. М.: 1955.
2. Б.А.Рогенфельд. Неевклидовы пространства. М.: Наука, 1969, 548 с.
3. Д.Я Стройк. “Краткий очерк истории математики. М.: Наука, 1969, 328 с.
4. М.У.Рəcəбов. Qeyri-Evklid Lobaçevski müstəvisi. NDU Elmi əsərlər, Fizika-riyaziyyat və texnika elmləri seriyası, 2021 № 4 (113)

**DAŞQIN SEYİDOV**

*dasqin@mail.ru*

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

## **MÜNTƏZƏM CƏBRLƏRDƏ ÇƏKİLİ ENDOMORFİZMLƏRİN NÜVƏLİLİYİ**

Ümumiyyətlə,  $A$  cəbrinin çəkili endomorfizmi dedikdə, baxılan cəbrin hər hansı  $S : A \rightarrow A$  endomorfizminin həmin cəbrin müəyyən bir  $u$  elementinə hasilindən ibarət olan  $T : A \rightarrow A$ ,  $f \mapsto u \cdot Sf$   $f \in A$  şəklində olan xətti operator başa düşülür. Banax cəbrlərinin xüsusi halı olan  $X$  kompaktı üzərində müntəzəm cəbrlər dedikdə, müəyyən bir  $X$  kompakt Hausdorf fəzasında  $C(X)$  cəbrinin sabit funksiyalarını özündə saxlayan və həmin kompaktın nöqtələrini ayıran müntəzəm qapalı olan altcəbrləri başa düşülür [52]. Aydınır ki,  $A = A(X)$  müntəzəm cəbrinin  $M_A^*$  genişlənmiş maksimal ideallar fəzasına (yəni  $M_A$  maksimal ideallar fəzası ilə  $A$  cəbri üzərində sıfır funksionalının birləşməsi) həmin cəbrin  $A^*$  qoşma fəzasının normanın yaratdığı və zəif \*-topologiyası ilə təchiz olunmuş altçoxlğu kimi baxmaq olar. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi,  $A(X)$  müntəzəm cəbrinin hər bir  $S$  endomorfizmi  $Sf(x) = \hat{f}(\varphi(x))$ ,  $x \in X$ ,  $f \in A$  şəklindədir. Burada  $\varphi : X \rightarrow M_A^*$  inikası  $X$  kompaktından  $M_A^*$  çoxluğuna (zəif \*-topologiyası ilə təchiz olunmuş halda) olan müəyyən bir kəsilməz inikasdır və  $\hat{f}$  ilə  $f \in A$  elementinin Qelfand çevirməsi işarə edilmişdir (əslində  $\varphi$  inikası  $S$  operatorunun qoşması olan  $S^*$ -un vasitəsi ilə hər bir  $x \in X$  nöqtəsi üçün  $\varphi(x) = S^*(\delta_x)$  kimi təyin olunur, burada  $\delta_x$  funksionalı  $f \in A(X)$  elementləri üçün  $\delta_x(f) = f(x)$  kimi təyin olunan  $x \in X$  nöqtəsində həmin nöqtənin əhəmiyyətini göstərən qiymətləndirmə funksionalıdır). Aydınır ki,  $S$  endomorfizmi cəbrin vahidini saxladığından  $\varphi$  inikası həm də  $X$  kompaktını  $M_A$  çoxluğuna inikas edir. Deməli,  $M_A$  maksimal ideallar fəzası  $X$  kompaktına homoemorf olan  $A(X)$  müntəzəm cəbrinin (məsələn,  $C(X)$ , disk-cəbr və s. müntəzəm cəbrlər)  $T$  çəkili endomorfizmləri  $T : A(X) \rightarrow A(X)$ ,  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  şəklində olan çəkili kompozisiya operatorlarıdır (burada,  $u \in A(X)$  qeyd olunmuş funksiya,  $\varphi$  isə kəsilməz inikasdır). Ona görə də supremum norma ilə verilən  $C(X)$  fəzasının müntəzəm qapalı altfəzalarının çəkili kompozisiya operatorlarının nüvəliliyi ilə bağlı alınan nəticələrin  $X$  kompaktında təyin olunan müntəzəm cəbrlərin çəkili endomorfizmlərinin nüvəliliyinin tədqiqi üçün tətbiqini verə bilərik. Çəkili kompozisiya operatorlarının spektrlərinin təsviri üçün onların kompaktlığı məsələsi olduqca əhəmiyyətlidir. Nüvəli operatorlar isə kompakt operatorlardır. Bu baxımdan burada çəkili operatorların (xüsusi halda cəbrin çəkili endomorfizmlərinin) nüvəliliyi məsələsi tədqiq olunur.

İndi isə, müntəzəm cəbrlərdə çəkili endomorfizmlərin nüvəlilik xassələrini araşdıraq.  $E$  və  $F$  Banax fəzaları üçün,  $E$  Banax fəzasından  $F$  Banax fəzasına təsir edən bütün xətti kəsilməz operatorlar çoxluğunu, adətən, olduğu kimi  $L(E, F)$  ilə işarə edək. Aydınır ki, operatorların toplama, ədədə vurma əməlinə və operatorun normasına görə  $L(E, F)$  çoxluğu Banax fəzasıdır, hətta operatorların vurma əməlinə görə vahidi olan Banax cəbridir.

**Tərif 1.** Əgər,  $T \in L(E, F)$  xətti operatorunu  $T = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \otimes f_i$  şəklində göstərmək mümkündürsə

(burada  $a_i \in E^*$ ,  $E^*$  ilə  $E$  fəzasının qoşma fəzası işarə olunmuşdur) və  $f_i \in F$  elementlərinin

normaları üçün  $\sum_{i=1}^{\infty} (\|a_i\| \cdot \|f_i\|) < \infty$  şərti ödənilirsə, onda  $T$  operatoru nüvəli operator adlanır. Başqa sözlə desək,  $T \in L(E, F)$  operatoru  $L(E, F)$  Banax fəzasında bir ölçülü operatorların mütləq yığılan (operator normaya görə)  $\sum_{i=1}^{\infty} T_i$  sırası şəklində göstərilə bilirsə, (burada  $T_i = \langle \cdot, a_i \rangle f_i$   $E$  fəzasında birölçülü operatorlardır) onda həmin operator nüvəli operator adlanır.

Əlbəttə, nüvəli operatorlar tərifdən aydındır ki, kompakt operatorlardır [60]. İşində analitik strukturlu müntəzəm cəbrlər halında disk-cəbrlər üçün çəkili endomorfizmlərin aşağıdakı kimi nüvəlilik meyarı verilmişdir.

**Teorem 1.**  $A(D)$  disk-cəbrində  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  şəklində olan  $T: A(D) \rightarrow A(D)$  çəkili endomorfizminin (burada  $u$  və  $\varphi$  funksiyaları  $D$  diskində analitikdirlər,  $\|\varphi\| \leq 1$  şərti ödənilir) nüvəli olması üçün zəruri və kafi şərt, elə bir müsbət  $M > 0$  sabitinin olmasıdır ki, bütün  $z \in \bar{D}$  nöqtələri üçün  $|u(z)| \leq M \cdot (1 - |\varphi(z)|)$  münasibəti ödənilsin.

Bu teoremin kompakt  $\mathcal{S}(u)$ -dan kənarında, hətta kəsilməzliyini belə itirən  $\varphi$  inikası üçün ümumiləşməsinə baxaq. Tutaq ki,  $X \subset C$  çoxluğu  $C$  kompleks müstəvisinin  $\bar{D}$  qapalı vahid diskini özündə saxlayan kompaktdır,  $A(X)$  isə həmin kompaktta təyin edilmiş  $S_0(A(X))$  zirvə nöqtələr çoxluğuna malik müntəzəm cəbrdir. Fərz edək ki,  $X \setminus S_0(A(X)) = D$  şərti ödənilir və  $A(X)$  cəbrinin funksiyaları açıq  $D$  oblastında analitikdirlər.

**Teorem 2.** Tutaq ki,  $A(X)$   $X$  kompaktında ( $X \subset C$  çoxluğu  $C$  kompleks müstəvisinin  $\bar{D}$  qapalı vahid diskini özündə saxlayan kompaktdır) təyin edilmiş müntəzəm cəbrdir. Əgər  $u \in A(X)$  funksiyası  $S_0(A(X)) \setminus \partial D$  çoxluğunda sıfırdırsa, onda  $A(X)$  cəbrinin  $T: A(X) \rightarrow A(X)$ ,  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  şəklində olan qeyri-trivial çəkili endomorfizminin ( $u \in M_{A(X)}$  və  $\varphi \in C_{T, A(X)}$ ) nüvəli olması üçün zəruri və kafi şərt elə  $M > 0$  sabitinin mövcudluğudur ki, bütün  $x \in X$  nöqtələri üçün  $|u(z)| \leq M(1 - |\varphi(z)|)$  münasibəti ödənilsin.

**İsbati.** Zərurilik.  $T$  endomorfizminin nüvəliliyi o deməkdir ki,  $T$  endomorfizmi  $X$  kompaktı üzərində mütləq yığılan  $T = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \otimes f_k$  sırası şəklində göstərilə bilər. Burada ixtiyari  $k$  nömrəsi üçün  $b_k$  funksionalı  $A(X)$  müntəzəm fəzasında təyin olunmuş xətti məhdud funksional,  $f_k \in A(X)$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) funksiyaları isə burada qeyd olunmuş funksiyalardır və  $\sum_{k=1}^{\infty} \|b_k\| \cdot \|f_k\| < +\infty$  şərti ödənilir.

Deməli, bütün  $z \in X$  nöqtələrində ixtiyari  $f \in A(X)$  funksiyası üçün  $(Tf)(z)$  obrazını

$$(Tf)(z) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k(f) f_k(z) \quad (1)$$

mütləq yığılan sıra şəklində göstərə bilərik. Hər bir  $f \in A(X)$  funksiyası açıq  $D = \{z \in C : |z| < 1\}$  diskində  $f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(f) z^k$  yığılan Teylor sırası şəklində göstərilə bildiyindən (burada  $a_k(f)$  ilə  $f$  funksiyasının  $D$  oblastında ayrılışının  $k$ -cı Teylor əmsalı işarə olunmuşdur) həmin funksiyanın  $Tf$  obrazı da  $X$  kompaktının  $D_\varphi = \{z \in \bar{D} : |\varphi(z)| < 1\}$  oblastında

$$(Tf)(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(f)u(z)\varphi(z)^k \quad (2)$$

şəklində yığılan sıra kimi göstəriləcəkdir. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, müntəzəm altfəzalarda  $T$  çəkili kompozisiya operatorunun kompaktlığının zəruri şərtindən aydındır ki,  $u$  çəki funksiyası  $\varphi$  - obrazları  $S_0(A(X))$  zirvə nöqtələr çoxluğuna daxil olan  $z \in X$  nöqtələrində, eləcə də  $X \setminus \bar{D}$  çoxluğunda sıfır olduğundan alırıq ki, (1) ayrılışı bütün  $X$  kompaktında mümkün olacaqdır.  $D$  oblastını özündə saxlayan  $D_\varphi$  oblastında (1) və (2) ayrılışlarının üst-üstə düşməsindən və  $u$  çəki funksiyasının  $X \setminus \bar{D}$  çoxluğunda sıfır çevrilməsindən alırıq ki,  $\sum_{k=0}^{\infty} \|a_k\| \cdot \|u\varphi^k\|$  sırası da yığılır və həmin sıranın cəmini  $M$  ilə işarə edək (aydındır ki,  $M > 0$ ). Eləcədə  $f$  funksiyasına onun  $k$ -cı Teylor əmsalını qarşı qoyan  $a_k$  funksionalının norması vahidə bərabər olduğundan alırıq ki,  $\sum_{k=0}^{\infty} \|u\varphi^k\| = M < +\infty$  olur. Deməli, ixtiyarı  $z \in X$  nöqtəsi üçün

$$\sum_{k=0}^{\infty} |u(z)| \cdot |\varphi(z)|^k = \sum_{k=0}^{\infty} |u(z) \cdot \varphi(z)^k| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \|u\varphi^k\| = M \quad (3)$$

alırıq. Burada onu qeyd edək ki,  $T$  endomorfizminin kompaktlığının zəruri şərti kimi  $|\varphi(z)| = 1$  şərtini ödəyən  $z \in X$  nöqtələrində  $u(z) = 0$  olur. Digər tərəfdən bütün  $z \in X$  nöqtələrində aşağıdakı münasibət doğrudur.

$$\frac{|u(z)|}{1 - |\varphi(z)|} = \sum_{k=0}^{\infty} |u(z)| \cdot |\varphi(z)|^k \leq M \quad (4)$$

Buradan isə (3) və (4) ifadələrinə əsasən  $|u(z)| \leq M(1 - |\varphi(z)|)$  bərabərsizliyi alınır. Zərurilik isbat olundu.

Kafilik. Tutaq ki, elə bir  $M > 0$  sabiti var ki, bütün  $z \in X$  nöqtələri üçün  $|u(z)| \leq M(1 - |\varphi(z)|)$  bərabərsizliyi ödənilir.  $S_0(A(X)) \setminus D$  çoxluğunda  $u$  çəki funksiyası sıfır bərabər olduğundan alırıq ki, açıq  $D$  vahid oblastında  $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(f)z^k$  yığılan qüvvət sırası ayrılışına malik olan  $A(X)$  müntəzəm fəzasının hər bir  $f$  funksiyası üçün bütün  $X$  kompaktı üzrə  $Tf(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(f)u(z)\varphi(z)^k$  yığılan sıra şəklində ayrılışını yaza bilərik. Burada  $a_k(f)$  əmsalı  $f$  analitik funksiyasının  $D$  açıq vahid diskində olan  $k$ -cı Teylor əmsalıdır. Deməli, bu onu göstərir ki,  $T$  çəkili kompozisiya operatorunu  $A(X)$  müntəzəm fəzasında

$$T = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \otimes f_k \quad (5)$$

tenzor hasilli bir ölçülü operatorların sırası şəklində göstərə bilərik. Burada hər bir  $k$  indeksi üçün  $a_k$  ilə  $f$  funksiyasına qarşı onun  $D$  açıq vahid oblastında Teylor ayrılışının  $k$ -cı  $a_k(f)$  Teylor əmsalını qarşı qoyan xətti məhdud funksional,  $f_k$  ilə isə hər bir  $z \in X$  nöqtəsində  $f_k(z) = u(z) \cdot \varphi(z)^k$ , ( $k = 1, 2, \dots$ ) kimi təyin olunan qeyd olunmuş funksiya işarə edilmişdir.  $T$  çəkili endomorfizminin teoremin şərtləri daxilində nüvəliliyini göstərmək üçün bizə yalnız (5) sırasının mütləq yığılan olmasını, yəni  $\sum_{k=0}^{\infty} \|a_k\| \cdot \|f_k\| < +\infty$  olmasını göstərmək lazımdır. Doğurdan da,  $C(X)$

fəzasının  $A(X)$  müntəzəm qapalı altfəzasında çəkili kompozisiya operatorunun kompaktlığının zəruri şərtindən (baxdığımız halda  $u(z) \neq 0$  şərtini ödəyən  $z \in \bar{D}$  nöqtələrində  $|\varphi(z)| < 1$  olmasından) və teoremin şərtindəki verilən bərabərsizlikdən alırıq ki, bütün nöqtələrdə

$$\sum_{k=0}^{\infty} |u(z)| \cdot |\varphi(z)|^k = \frac{|u(z)|}{1-|\varphi(z)|} \leq M \quad (6)$$

bərabərsizliyi ödənilir. Eləcə də əvvəlcədən qeyd etdiyimiz kimi  $a_k$  xətti funksionallarının normalarının vahidə bərabər olmasından və (6) bərabərsizliyindən alırıq ki,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \|a_k\| \cdot \|f_k\| = \sum_{k=1}^{\infty} \|f_k\| = \sum_{k=0}^{\infty} \|u\varphi^k\| = \sum_{k=0}^{\infty} \sup_{z \in X} |u(z)| |\varphi(z)|^k \leq M$$

şərti ödənilir. Deməli, teoremin şərti daxilində baxılan  $T$  çəkili endomorfizmi nüvəli operatorudur. Teorem isbat olundu.

### ƏDƏBİYYAT

1. Nordgren E.A. Composition operators, Cambridge, Canada J.Math.,1968. №20, p.442-449
2. Shahbazov A.I. Nuclear weighted composition operators on space of analytic functions, Baku, Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of physical-technical and mathematical sciences, 2005. v.7, №25, p.119-124.
3. Shahbazov A.I., Seyidov D.A. Closed range and compact weighted composition operators on uniform algebras, Baku, Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue mathematics and mechanics series of physical-technical and mathematical science, 2010.v.XXX, №1, p.185-192.
4. Shahbazov A.I., Seyidov D.A. Compact weighted composition operators on the function algebras, Abstracts of International conference on mathematics and mechanics devoted to the 50-th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, Baku, 6 may–8 may, 2009, p.319-320.
5. Shahbazov, A.I. Seyidov, D.A. Compact weighted composition operators on the function spaces on locally connected sets, Baku, Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue mathematics and mechanics series of physical-technical and mathematical science, 2009. v.29, №4, –p.159-164.
6. Shahbazov A.I., Seyidov D.A., Compact weighted endomorphisms of uniform algebras, Abstracts of International conference on physical, mathematical and technical sciences, Nakhchivan, 07 november–08 november, 2008, p. 154.



**I BÖLMƏ. FİZİKANIN AKTUAL PROBLEMLƏRİ**

1. **AYDIN ƏLƏKBƏROV.** Fizikanın müasir problemləri ..... 3
2. **NAİLƏ QARDAŞBƏYOVA, TƏRANƏ CAMALOVA.** Bioloji sistemlərin elektrik keçiriciliyi..... 7
3. **VALİDƏ HACIYEVA.** İndium selenidin elektrik xassələrinin anizotropiyaya təsiri .....11
4. **GÜNEL MƏMMƏDLİ .** Nəqliyyat axınlarının svetofor siqnalları vasitəsi ilə tənzimlənməsi .....13
5. **BİLLURƏ HACIYEVA, LEYLAN MƏMMƏDOVA.** Fizikanın tədrisində İKT vasitələrindən istifadə etməklə laboratoriya işinin təşkili ..... 17
6. **NİZAMİ MƏMMƏDOV, QALİB AĞAYEV, İSMAYIL İSMAYİLOV.** Elektrofotografik təbəqələrdə tacşəkilli boşalma ilə yüklənmiş gizli elektrostatik relyefin yaranma mexanizmi ..... 21
7. **NURİDƏ ƏKBƏROVA, XURAMAN MƏMMƏDOVA.** Molekullar arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələri ..... 23
8. **SEYFƏDDİN CƏFƏROV, ELGÜN TAĞIYEV.** İnformasiya texnologiyalarının effektiv tətbiqi əsasında fizika dərslərinin tədrisi prosesinin optimallaşdırılması .....25
9. **SEVİNC NOVRUZOVA, TOFİQƏ NADİROVA.** Energetikada enerji çevirici qurğuların fizikası .....30
10. **AYTƏN KƏRİMOVA.** Bərk cisimlər fizikasının bəzi məsələlərinə dair .....32

**II BÖLMƏ. ASTRONOMİYANIN MÜASİR PROBLEMLƏRİ**

11. **ƏYYUB QULİYEV.** Günəş sisteminin kənar bölgələrində iri planet cisminin mövcudluğu fərziyyəsi haqqında .....35
12. **XANƏLİ HƏSƏNOV.** Yerlərin forması və oxu ətrafında fırlanmasına dair bəzi qeydlər .....37
13. **QULU HƏZİYEV.** Kainatda gizli kütlə problemi .....39
14. **МУСТАФА АГАЕВ, МАГОМЕД ГАСАНОВ, ЛАМАН АБДУЛЛАЕВА.** Изучение солнечных элементов на основе p – n перехода с металлизацией из аморфного металлического сплава  $AL_{80}Ni_{20}$ .....42
15. **AYGÜN SULTANOVA, ÇİLƏNAY SEYİDOVA.** Qalaktikalar və ulduz astronomiyası .....45
16. **NƏSİMİ VALEHOV, FİDAN VALEHOVA.** Peyk təsvirləri və CİS texnologiyaları əsasında Şamaxı rayonunun landşaft elementlərinin dinamikasının qiymətləndirilməsi .....47
17. **TÜRKAN MƏMMƏDOVA, VƏFA QAFAROVA.** Saturn planetinin daxili quruluşu və atmosferi .....51
18. **YAQUT ŞÜKÜROVA.** Maqnit sahəsində yüklü leptonlar (antileptonlar) tərəfindən neytrino cütələrinin buraxılması prosesində enerji itkiləri .....53
19. **ШАМСЕДДИН КАЗЫМОВ, АДЕЛЯ ГУЛИЕВА.** Влияние солнечной активности на процессы, происходящие на земле.....56

### III BÖLMƏ. RİYAZİYYATIN AKTUAL MƏSƏLƏLƏRİ

20. **ƏKBƏR ƏLİYEV, GÜLŞƏN ŞƏFİYEVƏ.** Dəyişən dərəcəli funksional fəzalarda qeyri – xətti hiperbolik tənliklər üçün qarışıq məsələnin lokal həllərinin varlığı və global həllərinin yoxluğu .....59
21. **ABDULLA HƏSƏNOV.**  $(f(x))^{g(x)} > (f(x))^{h(x)}$  ,  $(f(x))^{g(x)} \geq (f(x))^{h(x)}$  şəklindəki üstlü-qüvvət bərabərsizliklərinin həlli .....64
22. **ƏBÜLFƏZ MƏMMƏDOV.** Bir operator - diferensial tənlik üçün qoyulmuş başlanğıc-sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması haqda ..... 69
23. **RÖVŞƏN HƏSƏNOV.** Cəbr kursunun tədrisində riyazi əlamətlər və onların riyazi təfəkkürün formalaşdırılmasında rolu .....76
24. **SAHİB ƏLİYEV, ELŞAD AĞAYEV, NURAY RZAYEVA.** II növ Çebişev çoxhədlilərinin tətbiqi ilə bəzi məsələlərin həlli .....81
25. **ORXAN CƏFƏROV.** Orta məktəbdə stereometriyaya girişə dair .....84
26. **CAVANŞİR QULİYEV, UMİD RZAYEV.** Tam şəkilli Qilberq-Serrin tənliyi üçün modifikasiya olunmuş Drixle məsələsinin klassik həllinin varlığı .....87
27. **AYNURƏ FƏRHADOVA.** Markov təsadüfi dolaşmaları üçün limit teoremi .....90
28. **КЕНУЛЬ АЛИЕВА.** Использование проектного обучение для подготовки будущего учителя математики.....94
29. **MƏNSUMƏ SEYİDOVA, ELŞƏN MƏMMƏDOV.** Avtomatlaşdırılmış layihələndirmə sistemlərində riyazi təminat .....100
30. **KÖNÜL MƏMMƏDOVA, ƏNNAĞI ƏSGƏROV.** Müqavimətsiz mühitdə üfüqə bucaq altında atılmış cismin uçuşunun riyazi modeli .....105
31. **AYNURƏ SEYİDOVA.** Riyazi təlimdə yeni təlim texnologiyalarından istifadə .....110
32. **AYNUR RƏSULZADƏ.** Ossillator sistemin hərəkət tənliyinin diskret halında həlli .....113
33. **TƏRLAN MƏHƏRRƏMOVA.** Qeyri-divergent cırlaşan qeyri-xətti elliptik tənliklərin həlləri üçün Hölder qiymətləndirmələri .....118
34. **MƏMMƏD RƏCƏBOV, HEYDƏR ƏHMƏDOV** Lobaçevski müstəvisinin proyektiv və konform interpretasiyaları .....120
35. **DAŞQIN SEYİDOV.** Müntəzəm cəbrlərdə çəkili endomorfizmlərin nüvəliliyi .....124

**“FİZİKA, ASTRONOMİYA VƏ RİYAZİYYATIN AKTUAL PROBLEMLƏRİ”  
MÖVZUSUNDA RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSI**

---

Nəşriyyat direktoru:	Əli Həşimov
Mətbəə müdiri:	Vidadi Kazımov
Baş mühəndis-proqramçı:	Səminə Rüstəмова
Aparıcı redaktor:	Sahilə Abbasova
Aparıcı redaktor:	Günəl Məmmədova
Korrektor:	Sitarə Əlizadə

---

Yığılmağa verilib: 30.05.2022  
Çapa imzalanıb: 15.11.2022  
Formatı: 60/90, 32/1, həcmi 8.43 ç/v  
Sifariş № 36, sayı 100 nüsxə

**REDAKSİYANIN ÜNVANI:** *7012. Naxçıvan şəhəri,  
Universitet şəhərciyi,  
Naxçıvan Dövlət Universiteti,  
Əsas bina, I mərtəbə,  
“Qeyrət” nəşriyyatı*

**TELEFON:** (00994 036) 545-45-59  
(00994 036) 544-08-61

**E-mail:** *elmi.hisse@mail.ru*